COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS, QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS, 55.

COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

PUBLIÉS,

CONFORMÉMENT A UNE DÉCISION DE L'ACADÉMIE

EN DATE DU 13 JUILLET 1835,

PAR MM. LES SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

TOME DEUX CENT-TREIZIÈME.

JUILLET — DÉCEMBRE 1941.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

Quai des Grands-Augustins, 55.

1941

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 7 JUILLET 1941.

PRÉSIDENCE DE M. HYACINTHE VINCENT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie que la prochaine séance hebdomadaire aura lieu le mercredi 16 juillet au lieu du lundi 14, jour férié légal.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une décomposition canonique des opérateurs linéaires bornés de l'espace hilbertien et sur leur classification.* Note de M. **Gaston Julia**.

1. En se référant à la représentation *vectorielle* des opérateurs linéaires de l'espace hilbertien H que j'ai précédemment indiquée ([1]), on peut donner des opérateurs bornés une *décomposition canonique*, qui permet de simplifier notablement la classification donnée par Tœplitz, en ramenant les quatre classes connues à deux seulement, précisément celles qui se

([1]) *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 733-736.

présentent dans le cas hermitien, les deux autres s'en déduisant par multiplication avec des opérateurs de type canonique, unitaires ou unitaires d'un seul côté, qui sont liés étroitement aux projecteurs.

La décomposition canonique envisagée constitue en outre une généralisation aux opérateurs linéaires bornés du théorème de décomposition de Weierstrass sur les fonctions analytiques, qui *met en évidence les zéros de la fonction.*

Le système orthonormal complet de base sera (e_n), $n = 1, 2, \ldots, \infty$. L'opérateur borné A est défini par la donnée des vecteurs $A_n = Ae_n$, pour $n = 1, 2, \ldots, \infty$, tels que $\sum_n |(A_n, X)|^2$ converge pour tout X de H. Le choix du système (e_n) sera, dans la suite, adapté à A.

2. La *première classe* est caractérisée par $n(AA^\star) > 0$, $n(A^\star A) > 0$, où par ce fait que les $\Sigma x_n A_n (\Sigma |x_n|^2$ convergente) remplissent H une et une seule fois, sans qu'il existe de chaîne fermée $\Sigma x_n A_n = 0$. A, comme $A^\star$, transforme biunivoquement H en lui-même. On a $A = \mathfrak{A} U$; $\mathfrak{A}$ opérateur de première classe dans H (comme $\mathfrak{A}^\star$) a été introduit précédemment ([1]); U est unitaire.

3. La *deuxième classe* est caractérisée par $n(AA^\star) > 0$, $n(A^\star A) = 0$, ou par ce fait équivalent que les $\Sigma x_n A_n$ remplissent H$(\Delta_A = H)$, tandis que les *zéros de* A, correspondant aux $\Sigma x_n e_n \neq 0$ pour lesquels $\Sigma x_n A_n = 0$, remplissent une variété linéaire fermée V. Alors $\Delta_{A^\star} = H - V$, et il y a correspondance biunivoque entre X décrivant H — V et AX décrivant H. $A^\star$ *n'a pas de zéro* hors l'origine.

En constituant le système (e_n) par une base (e'_n) de V et une base (e''_n) de H — V, on montre que $A = \mathfrak{A} U$, où $\mathfrak{A}$ est l'opérateur défini par $A''_n = A e''_n = \mathfrak{A} \varepsilon_n$, avec $A''_n = \alpha_{n_1} \varepsilon_1 + \ldots + \alpha_{nn} \varepsilon_n$, suivant la décomposition d'E. Schmidt. Les A'_n sont nuls, les A''_n indépendants sans chaînes fermées. $\mathfrak{A}$ *et* $\mathfrak{A}^\star$ *sont de première classe dans* H. Quant à U, il est tel que $UU^\star = 1 = P_{\Delta_A}$, $U^\star U = P_{H-V} = P_{\Delta_{A^\star}} < 1$ ([2]); c'est un opérateur de deuxième classe, qui transforme *isométriquement* et *biunivoquement* H — V *en* H ([3]). $U(V) = 0$, $U(H - V) = H$, $U^\star(H) = H - V$. On peut le décomposer en $U = U_1 U_2$, U_1 *unitaire dans* H (première classe) et U_2

([2]) On désigne par $P_{\mathfrak{M}}$ l'opérateur de projection sur la variété fermée $\mathfrak{M}$.

([3]) De tels opérateurs dépendent d'une transformation unitaire de la variété H — V en elle-même et d'une transformation untaire de H en lui-même. Le détail sera donné ailleurs.

opérateur canonique de deuxième classe adapté aux zéros de A et tel que, symboliquement, $U_2(V)=0$, $U_2(H-V)=H$, par transformation des e''_n en l'ensemble des e'_n et de e''_n convenablement ordonnés. $U_2U_2^*=1$, $U_2^*U_2=P_{H-V}<1$. Dans la décomposition $A=\mathfrak{A}U=\mathfrak{A}U_1U_2$, U_2 est un opérateur canonique de deuxième classe, unitaire à droite qui *bloque les zéros de* A, $\mathfrak{A}U_1$, de première classe dans H, n'ayant d'autre zéro que l'origine.

4. La *troisième classe*, corrélative de la deuxième, se caractérise par $n(AA^*)=0$, $n(A^*A)>0$, ou par ce fait équivalent que les $\Sigma x_n A_n$ remplissent une variété fermée $H-\mathcal{V}\subset H$, sans qu'il existe de chaîne fermée $\Sigma x_n A_n=0$. A n'a pas de zéro, mais A^* *admet pour zéros toute la variété fermée* $\mathcal{V}$ complémentaire de $H-\mathcal{V}=\Delta_A$. Il y a correspondance biunivoque entre X décrivant H et AX décrivant $\Delta_A=H-\mathcal{V}$. On a $\Delta_{A^*}=H$.

Les $A_n=Ae_n$, tous indépendants, déterminent, par $A_n=\alpha_{n1}\varepsilon_1+\ldots+\alpha_{nn}\varepsilon_n$, la variété $H-\mathcal{V}$ dont le système orthonormal de Schmidt (ε_n) est une base. Ce système, quoique incomplet, est adapté aux propriétés du domaine des valeurs Δ_A de A. Par $A_n=\mathfrak{A}_n\varepsilon_n$, on obtient l'opérateur $\mathfrak{A}$, *défini dans* $H-\mathcal{V}$, *de première classe ainsi que* $\mathfrak{A}^*$ *dans* $H-\mathcal{V}$. On a $A=\mathfrak{A}U$, U opérateur particulier de troisième classe, unitaire à gauche, tel que $U^*U=1=P_{\Delta_{A^*}}$, $UU^*=P_{H-\mathcal{V}}=P_{\Delta_A}<1$. Il est possible de décomposer U, par $U=U_2U_1$, en U_1 unitaire dans H (première classe) et U_2 *canonique de troisième classe adapté aux zéros de* A^* *ou à* Δ_A (¹). On a $U_2^*(\mathcal{V})=0$ et $U_2^*(H-\mathcal{V})=H$, U_2^* étant du type canonique de deuxième classe envisagé au n° 3. Cela donne $H-\mathcal{V}=U_2(H)$, correspondance *biunivoque* et *isométrique* entre H et $H-\mathcal{V}$, $U_2^*U_2=1$ et $U_2U_2^*=P_{H-\mathcal{V}}=P_{\Delta_A}<1$.

La relation $A=\mathfrak{A}U=\mathfrak{A}U_2U_1$ ramène tout A de troisième classe à *l'opérateur canonique* U_2 *de troisième classe*, tel que U_2^* *bloque tous les zéros de* A^*, et à *l'opérateur* $\mathfrak{A}$ *de première classe* (ainsi que $\mathfrak{A}^*$) *dans* $H-\mathcal{V}$. On pourrait étendre $\mathfrak{A}$ à tout H en le définissant, pour tout vecteur $X_\mathcal{V}$ de $\mathcal{V}$, par $\mathfrak{A}X_\mathcal{V}=X_\mathcal{V}$; alors $\mathfrak{A}^*X_\mathcal{V}=X_\mathcal{V}$; $\mathfrak{A}$ et $\mathfrak{A}^*$ sont de première classe dans H et ils laissent séparément invariants $\mathcal{V}$ et $H-\mathcal{V}$. La relation $A=\mathfrak{A}U_2U_1$ continue d'être valable.

5. La *quatrième classe* se caractérise par $n(AA^*)=n(A^*A)=0$. Elle se subdivise en quatre cas :

a. *Ni* A *ni* A^* *n'ont de zéro hors de l'origine*. On a $[\Delta_A]=[\Delta_{A^*}]=H$, les domaines de valeurs Δ_A *et* Δ_{A^*} *n'étant fermés ni l'un ni l'autre*, et étant

(¹) Le détail de ce type canonique sera donné ailleurs.

denses partout dans H. La réduction $A = \mathfrak{A}U$ s'effectue par les voies habituelles du n° 2, U *unitaire*, $\mathfrak{A}$ *opérateur de quatrième classe* dans H, et du même type que A, *sans zéro hors de* O; $\mathfrak{A}\varepsilon_n = A_n = \alpha_{n1}\varepsilon_1 + \ldots + \alpha_{nn}\varepsilon_n$; $\varepsilon_n = Ue_n$.

b. A *sans zéro hors de l'origine;* $A^\star$ *a pour zéros la variété fermée* $\mathcal{V}$. On a $[\Delta_A] = H - \mathcal{V}$, $[\Delta_{A^\star}] = H$, Δ_A *et* $\Delta_{A^\star}$ *non fermés*. On aura $A = \mathfrak{A}U$, la structure de U s'obtenant comme au n° 4. $U^\star U = 1 = P_{[\Delta_{A^\star}]}$, $UU^\star = P_{H-\mathcal{V}} = P_{[\Delta_A]} < 1$. $U = U_2U_1$, U_1 unitaire et U_2 canonique de troisième classe adapté à Δ_A. $H - \mathcal{V} = U_2(H)$ correspondance biunivoque et isométrique entre H et $H - \mathcal{V}$. $U_2^\star U_2 = 1 = P_{[\Delta_{A^\star}]}$, $U_2U_2^\star = P_{[\Delta_A]} < 1$. $\mathfrak{A}$ *opérateur de quatrième classe dans* $H - \mathcal{V}$, *sans zéro hors de* O, *ainsi que* $\mathfrak{A}^\star$. On l'étend à H par $\mathfrak{A}X_\mathcal{V} = X_\mathcal{V}$, $\mathfrak{A}^\star X_\mathcal{V} = X_\mathcal{V}$; $\mathfrak{A}$ et $\mathfrak{A}^\star$ restent de quatrième classe dans H, type *a*, laissent invariants $\mathcal{V}$ et $H - \mathcal{V}$, et $A = \mathfrak{A}U_2U_1$ reste valable.

c. A *a pour zéros la variété* V, $A^\star$ *n'a pas de zéro hors* O; $[\Delta_A] = H$, $[\Delta_{A^\star}] = H - V$; Δ_A *et* $\Delta_{A^\star}$ *non fermés*. On aura, en raisonnant comme au n° 3, $A = \mathfrak{A}U$; $\mathfrak{A}$ *de quatrième classe dans* H, *type a*; $U = U_1U_2$ est tel que $UU^\star = 1 = P_{[\Delta_A]}$, $U^\star U = P_{[\Delta_{A^\star}]} < 1$; U_1 unitaire; U_2 *opérateur canonique de deuxième classe adapté aux zéros de* A : $U_2(V) = 0$, $U_2(H - V) = H$, par correspondance biunivoque et isométrique entre $H - V$ et H.

d. A *a pour zéros la variété* V, $A^\star$ *a pour zéros la variété* $\mathcal{V}$. Alors $[\Delta_A] = H - \mathcal{V}$ et $[\Delta_{A^\star}] = H - V$. Ce cas se subdivise en deux autres d_1 et d_2.

d_1. Δ_A *est fermé, et* $\Delta_{A^\star}$ *l'est aussi nécessairement*. Il vient alors $A = \mathfrak{A}U$; $\mathfrak{A}$ *de première classe dans* $\Delta_A = H - \mathcal{V}$, comme $\mathfrak{A}^\star$, on les étend à H comme au n° 4; $UU^\star = P_{[\Delta_A]} < 1$, $U^\star U = P_{[\Delta_{A^\star}]} < 1$; $\Delta_A = U(H - V)$, correspondance biunivoque et isométrique entre $H - V$ et $\Delta_A = H - \mathcal{V}$; U se décompose en $U = U_1U_2$, *où* U_1 *est de deuxième classe comme le* U *du n°* 3, avec $H = U_2(H - V)$, correspondance biunivoque et isométrique, et U_1 *de troisième classe comme le* U *du n°* 4, avec $H - \mathcal{V} = U_1(H)$, ces opérateurs pouvant eux-mêmes être décomposés en un opérateur unitaire de H et un *opérateur canonique de deuxième ou troisième classe* adapté aux zéros de A ou de $A^\star$. Le type d_1 contient tous les *projecteurs*.

d_2. *Ni* Δ_A, *ni* $\Delta_{A^\star}$ *ne sont fermés*. Il vient $A = \mathfrak{A}U$, U ayant les mêmes propriétés qu'en d_1, mais $\mathfrak{A}$, *comme* $\mathfrak{A}^\star$, *étant de quatrième classe dans* $\Delta_A = H - \mathcal{V}$ *et du type a*; on peut les étendre à tout H, en conservant leur classe et leur type, comme au n° 4.

6. En définitive, tout opérateur linéaire borné est le produit d'un *opérateur de première ou de quatrième classe, type a* (sans zéro pour l'origine),

d'un ou *plusieurs opérateurs canoniques de deuxième ou troisième classe*, d'un ou plusieurs opérateurs *unitaires* (première classe); on sait que les opérateurs hermitiens sont de première ou de quatrième classe (types a ou d).

En faisant hommage à l'Académie du tome XIX des *Annales de l'Institut de Physique du Globe*, M. **Charles Maurain** s'exprime en ces termes :

J'ai l'honneur de présenter à l'Académie un volume des *Annales de l'Institut de Physique du Globe de l'Université de Paris*, qui vient de paraître. Ce volume est le tome XIX de cette Publication, que j'ai dirigée depuis sa fondation, et qui a paru chaque année, sans aucune interruption, avec quelques suppléments consacrés à des questions spéciales. Elle renferme, avec le résultat des observations géophysiques effectuées régulièrement dans les Observatoires de l'Institut, des Mémoires originaux sur les différents domaines de la Physique du Globe. Le présent tome contient des Mémoires de Mme Odette Thellier et de MM. Pierre Bernard, Brazier et Rouch. Je n'ai pas chaque année présenté à l'Académie les volumes de ces Annales, qui ont été remis à sa Bibliothèque. Je me permets de le faire pour le tome actuel, parce que ce sera le dernier publié par mes soins. J'espère que mes successeurs continueront la série.

CORRESPONDANCE.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *La tendance centrale des sommes de variables aléatoires liées.* Note (1) de M. **Michel Loève**, présentée par M. Henri Villat.

Le problème central du calcul des probabilités est celui de la tendance des lois de sommes de variables aléatoires liées vers la loi de Moivre-Laplace (ou loi de Gauss).

I. Posons (2)

$$F_{n,i}(x) = \Pr(X_{n,i} < x) \quad \text{et} \quad F'_{n,i}(x) = \Pr'(X_{n,i} < x).$$

(1) Séance du 16 juin 1941.

(2) Les notations sont celles de la Note des *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 840.

Nous établissons, aussi bien par la méthode de Lindeberg que par celle des fonctions caractéristiques, convenablement modifiées, les conditions suffisantes ci-après, de tendance centrale, les plus générales à notre connaissance.

Théorème fondamental. — *La loi de* $S_{n,n}$ *tend vers la loi de Moivre-Laplace à moyenne* o *et à fluctuation* σ^2 *quand, pour* $n \to \infty$, *et pour tout* $\varepsilon > 0$,

$$\sum_{i=1}^{n} \sup \int_{|\xi|>\varepsilon} dF'_{n,i}(\xi) \to 0,$$

$$\sum_{i=1}^{n} \sup \left| \int_{|\xi|\leq\varepsilon} \xi^2 \, dF'_{n,i}(\xi) \right| \to 0,$$

et, il existe des quantités $\sigma^2_{n,i}$ *telles que*

$$\sum_{i=1}^{n} \sup \left| \int_{|\xi|\leq\varepsilon} \xi^2 \, dF'_{n,i}(\xi) - \sigma^2_{n,i} \right| \to 0,$$

$$\sum_{i=1}^{n} \sigma^2_{n,i} \to \sigma^2 \text{ fixe} \qquad 0 < \sigma < \infty.$$

Remarques. — 1. *Supposons* $\sigma = 0$. On en tire les conditions suffisantes les plus générales pour la loi des grands nombres. Dans le cas de l'indépendance et en prenant $X_{n,i} = X_i/a_n$, $a_n > 0$, on obtient les conditions de Feller; si, de plus, $a_n = n$ on retrouve celles de Kolmogoroff.

2. *Supposons les* $X_{n,i}$ *indépendantes* et $0 < \sigma < \infty$. En posant $X_{n,i} = X_i/a_n$ on retrouve les conditions suffisantes de tendance centrale de Lévy-Feller, lesquelles, en un sens, sont les meilleures possibles dans ce cas.

II. Soient des var. al. $X_{n,i}$ ayant les deux premiers moments *a priori* et *a posteriori*, avec $\mathfrak{M}(X_{n,i}) = 0$.

Supposons que, lorsque $n \to \infty$,

$$\sum_{i=1}^{n} \sup |\mathfrak{M}'(X_i)| \to 0 \qquad \text{et} \qquad \sum_{i=1}^{n} \sup |\mathfrak{M}'(X^2_{n,i}) - \mathfrak{M}(X^2_{n,i})| \to 0.$$

Dans ce cas, pour que la loi limite de $S_{n,n}$ existe et soit celle de Moivre-Laplace, il suffit d'avoir

$$(1) \qquad \sum_{i=1}^{n} \sup \int_{|\xi|>\varepsilon} \xi^2 \, dF'_{n,i}(\xi) \to 0 \qquad \text{avec} \quad \frac{1}{n}$$

et

(1′) $$\sum_{i=1}^{n} \mathfrak{M}(X_{n,i}^2) \to \sigma^2 \quad \text{avec} \quad 0 < \sigma < \infty.$$

Si $X_{n,i} = X_i/s_n$ avec $s_n^2 = \sum_{i=1}^{n} \mathfrak{M}(X_i^2)$, la condition (1′) est satisfaite ($\sigma = 1$) et (1) devient

(2) $$\frac{1}{s_n^2} \sum_{i=1}^{n} \sup \int_{|\xi| > \varepsilon s_n} \xi^2 \, dF_i'(\xi) \to 0 \quad \text{avec} \quad \frac{1}{n},$$

condition analogue à celle de Lindeberg à laquelle elle se réduit dans le cas de l'indépendance.

(2) est entraînée par

(3) $$\frac{1}{s_n^q} \sum_{i=1}^{n} \sup |\mathfrak{M}'(X_i)|^q \to 0 \quad \text{avec} \quad \frac{1}{n}, \quad q > 2 \text{ fixe},$$

ce qui suppose que les moments d'ordre q existent; c'est l'analogue de la condition de Liapounoff pour des var. al. indépendantes. Dans le cas de dépendance, ce résultat a été obtenu par M. Bernstein pour $q = 3$, sous des hypothèses légèrement plus restrictives ([3]).

En particularisant davantage on retrouve un résultat de M. Paul Lévy ([4]). Appliquons à une suite $\{A_i\}$ d'événements généralement liés et posons $s_n^2 = \sum_{i=1}^{n} \Pr(A_i)\Pr(\overline{A}_i)$. On a

Lorsque, pour $n \to \infty$,

$$\frac{1}{s_n} \sum_{i=1}^{n} \sup |\Pr'(A_i) - \Pr(A_i)| \to 0,$$

la loi de $(R_n - \overline{R}_n)/s_n$ tend vers la loi de Moivre-Laplace réduite.

([3]) S. Bernstein, *Math. Ann.*, 97, 1927, p. 1-59.
([4]) *Bull. Sc. math.*, 59, 1935, pp. 84-96.

GÉOMÉTRIE. — *Opérateurs hermitiques et espace de Riemann.* Note [1] de M. **André Lichnerowicz**, présentée par M. Élie Cartan.

L'une des plus graves difficultés, présentées par les conditions de quantification actuellement admises est leur non-commutabilité avec l'opération de changement de coordonnées. La quantification nécessite ainsi le choix préalable d'un système de référence privilégié et les résultats diffèrent selon le choix de ce système. Nous nous sommes efforcé de trouver des conditions s'éloignant le moins possible des conditions classiques et permettant une quantification invariante du mouvement d'un point dans un espace de Riemann (quantification du mouvement d'un système, quantification du mouvement d'un point dans un univers relativiste). On trouvera ici un simple essai sur cette difficile question.

I. *Les équations canoniques.* — Étant donné un espace de Riemann de tenseur fondamental $g^{\lambda\mu}$, l'hamiltonien qui lui est classiquement associé s'écrit

$$2H = g^{\lambda\mu} y_\lambda y_\mu,$$

où les $g^{\lambda\mu}$ sont des fonctions des coordonnées x^α du point considéré, et les y_α les variables canoniquement conjuguées des x^α. Nous allons essayer de transposer les équations canoniques, dérivant de H, dans un espace de matrices hermitiques.

Nous désignerons par X^α et Y_α des matrices hermitiques associées aux variables x^α et y_α et obéissant aux règles de commutation suivantes :

a. les X^α commutent entre eux;

b. les Y_α commutent entre eux;

c. les X^α et les Y_β ne commutent pas entre eux.

Nous ne préciserons pas davantage la condition *c*, puisque aucune condition explicite portant sur les X^α ne présente, dans un changement de coordonnées curvilignes, la variance désirée. Pour la même raison, nous éviterons d'introduire des crochets de Dirac au second membre des équations canoniques.

Au tenseur fondamental $g^{\lambda\mu}$ nous substituerons un tenseur de matrices $G^{\lambda\mu}$, fonction des X^α et se réduisant aux $g^{\lambda\mu}$ à l'approximation classique. L'opé-

---

(1) Séance du 30 juin 1941.

rateur hamiltonien associé s'écrit

$$2\mathcal{H} = Y_\lambda G^{\lambda\mu} Y_\mu,$$

et les équations canoniques seront de la forme

$$(1a) \qquad \frac{dX^\alpha}{du} = \frac{\partial\mathcal{H}}{\partial Y_\alpha} = \frac{1}{2}(G^{\alpha\beta}Y_\beta + Y_\beta G^{\alpha\beta}),$$

$$(1b) \qquad \frac{dY_\alpha}{du} = -\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial X^\alpha} = -\frac{1}{2}Y_\lambda\, \partial_\alpha G^{\lambda\mu} Y_\mu.$$

Les matrices $G^{\lambda\mu}$, étant fonctions des matrices X^α, *commutent entre elles*, puisqu'elles peuvent être mises simultanément sous forme diagonale; dans ces conditions la définition des dérivées partielles $\partial_\alpha G^{\lambda\mu}$, figurant dans les équations (1 *b*), ne présente aucune difficulté. Les matrices X^α étant hermitiques, il en est de même des $G^{\lambda\mu}$, $\partial_\alpha G^{\lambda\mu}$. L'opérateur $\mathcal{H}$ et les opérateurs figurant aux seconds membres des équations (1) présentent aussi le caractère hermitique.

II. *Les changements de coordonnées.* — Soit $X^\alpha = f^\alpha(X^{\alpha'})$ un changement de coordonnées. Il se traduira sur les différentes grandeurs physiques, au moyen de l'opérateur $A^\alpha_{\alpha'} = \partial_{\alpha'} f^\alpha$; $A^\alpha_{\alpha'}$ commute avec lui-même, avec les X^α et toute fonction des X^α. Il ne commute pas avec les Y_α et l'on a

$$(2) \qquad A^\alpha_{\alpha'} Y_\beta - Y_\beta A^\alpha_{\alpha'} = -\bar{h}\, \partial_\beta A^\alpha_{\alpha'},$$

où $\bar{h}$ désigne une constante de l'ordre de h. Les opérateurs $G^{\lambda\mu}$ et Y_α se transforment selon les lois tensorielles

$$G^{\lambda\mu} = A^{\lambda}_{\lambda'}{}^{\mu}_{\mu'} G^{\lambda'\mu'}, \qquad Y_\alpha = A^{\alpha'}_\alpha Y_{\alpha'},$$

et il est clair que les conditions de commutation relatives aux $G^{\lambda\mu}$ et aux Y_α présentent un sens invariant. Par contre l'opérateur dX^α/du ne se transforme pas rigoureusement selon une loi tensorielle; nous verrons ultérieurement qu'il lui correspond un terme additif de l'ordre de $\bar{h}$.

III. *Les nouvelles relations de commutation.* — Nous avons essentiellement besoin des relations de commutation portant sur les couples d'opérateurs

$$G^{\lambda\alpha} \text{ et } Y_\alpha; \qquad \frac{dX^\alpha}{du} \text{ et } Y_\beta; \qquad \frac{dX^\alpha}{du} \text{ et } \frac{dX^\beta}{du}.$$

Nous astreindrons ces relations aux deux conditions suivantes :

a. Elles doivent être invariantes, aux termes en $\bar{h}^2$ près au moins [2];

---

[2] Cf. SCHRÖDINGER, *Ann. Inst. Poincaré*, 2, p. 285.

b. Si, dans un système de référence, les $\partial_\alpha G^{\lambda\mu}$ sont tous nuls en un point (système géodésique), en ce point les opérateurs considérés commutent.

La condition *b* résulte naturellement du fait que ces opérateurs commutent dans un espace euclidien. On peut alors démontrer le théorème suivant :

Théorème. — *Sous les conditions a et b les relations de commutation cherchées s'écrivent nécessairement*

$$(3)\qquad \begin{cases} G^{\lambda\alpha} Y_\alpha - Y_\alpha G^{\lambda\alpha} = -2\bar{h} H^\lambda, \\ \dfrac{dX^\alpha}{du} Y_\beta - Y_\beta \dfrac{dX^\alpha}{du} = \bar{h} \Gamma^\alpha_{\beta\rho} \dfrac{dX^\rho}{du}, \\ \dfrac{dX^\alpha}{du} \dfrac{dX^\beta}{du} - \dfrac{dX^\beta}{du} \dfrac{dX^\alpha}{du} = 0, \end{cases}$$

où l'on a posé

$$H^\lambda = \frac{1}{2} \partial_\alpha G^{\alpha\lambda}, \qquad \Gamma^\alpha_{\beta\rho} = G^{\alpha\sigma} \Gamma_{\beta\sigma\rho}, \qquad \Gamma_{\beta\sigma\rho} = \begin{bmatrix} \beta & \rho \\ & \sigma \end{bmatrix};$$

les équations canoniques peuvent alors être mises sous la forme

$$(1')\qquad \begin{cases} \dfrac{dX^\alpha}{du} = G^{\alpha\beta} Y_\beta + \bar{h} H^\alpha, \\ \dfrac{dY_\alpha}{du} = -\dfrac{1}{2} \partial_\alpha G^{\lambda\mu} Y_\lambda Y_\mu - \bar{h}\, \partial_\alpha H^\lambda Y_\lambda. \end{cases}$$

IV. *Mouvement d'un point dans un espace de Riemann.* — Des équations (1') il résulte

$$(4)\qquad \begin{cases} \dfrac{d}{du}\left(\dfrac{dX^\alpha}{du}\right) + \Gamma^\alpha_{\beta\gamma} \dfrac{dX^\beta}{du} \dfrac{dX^\gamma}{du} = \bar{h}\, K^\alpha_\mu \dfrac{dX^\mu}{du}, \\ K^\alpha_\mu = G^{\alpha\beta} [\Gamma^\sigma_{\rho\beta} \Gamma^\rho_{\sigma\mu} + \partial_\mu H_\beta - \partial_\beta H_\mu], \end{cases}$$

où le premier membre de (4) est formellement identique au premier membre de l'équation d'une géodésique. Pour un espace à 4 dimensions, on obtient le mouvement d'un point dans un champ de gravitation (X^4 opérateur temporel, u paramètre d'évolution). Le cas où il y a en outre un champ électromagnétique s'en déduit au moyen de la connexion semi-symétrique associée ([3]).

([3]) Lichnerowicz, *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 330.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur la représentation conforme.* Note de M. **Arnaud Denjoy**, présentée par M. Paul Montel.

Je désirerais ajouter certaines précisions à ma Note du 23 juin. J'avais suivi dans celle-ci une voie tracée par M. J. Wolff dès 1930 et qui l'a conduit dans sa dernière Note, présentée également le 23 juin, à des résultats assez analogues aux miens.

Distinguons ces quatre hypothèses :

(A). $u=f(z)$ est méromorphe dans une couronne $C'(z=re^{i\theta}, \rho \leq r < 1)$ et, si D est l'ensemble des valeurs prises par u, comptée chacune avec son ordre de multivalence, l'aire totale de la représentation de D sur la sphère de Riemann est finie, en même temps que l'ensemble d'accumulation des valeurs de u au voisinage de $\Gamma(|z|=1)$ ne coïncide pas avec la totalité du plan des u.

(A'). $f(z)$ est holomorphe et univalent dans $C(|z|<1)$.

(B). Mêmes conditions que (A), et en outre D est borné.

(B'). Même condition que (A'), et en outre D est borné.

Dans le cas (B), la longueur $L(r)$ de la transformée dans D de la circonférence $r=$ const. est $o[(1-r)^{-1/2}]$. Dans le cas (A'), $f(z)$ est majoré par Σknz^n (k indépendant de n et de z), $f'(z)$ par kn^2z^{n-1},

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} |f'^2(z)|\,d\theta < k^2 n^4 r^{2n-2}.$$

L'application de l'inégalité de Schwartz donne $L(r)=o[(1-r)^{-3/2}]$.

Appelons *ordre maximum de contact* avec Γ, au point $a=e^{i\alpha}$, d'un chemin décrit par z à l'intérieur de C' et aboutissant en a, la plus grande limite de $\log[1-|z|]/\log|z-a|-1$. Le théorème suivant résulte des propriétés établies dans ma dernière Note. Il est exact avec l'hypothèse la plus générale (A). Il suffit de le montrer pour (B) :

En chaque point a d'une plénitude E de Γ, $f(z)$ tend vers une limite unique finie $b(a)$ quand z tend vers a suivant un chemin quelconque intérieur à C et ayant avec Γ au point a un contact d'ordre maximum inférieur à 1.

$c_\gamma(\alpha)$ ou simplement $c(\alpha)$ étant la courbe décrite par z dans C' (et limitée à un arc où r et θ varient dans des sens constants) si $z=\zeta e^{i\alpha}$, ζ décrivant la courbe $c(0)$:

$$1-|\zeta|=|1-\zeta|^\gamma, \qquad 1<\gamma<2,$$

$c(\alpha)$ est symétrique par rapport au rayon Oa, elle est tangente à Γ au point a avec

un contact d'ordre $\gamma - 1 < 1$ (et une courbure infinie). On montre comme dans ma dernière Note que chacun des deux arcs constituant la transformée $d(\alpha)$ de $c(\alpha)$ dans D est rectifiable, si a appartient à une certaine plénitude E_γ de Γ; $f(z)$ étant borné, les extrémités des deux arcs formant $d(\alpha)$ coïncident avec un même point $b(a)$, vers lequel tend $f(z)$ si z tend vers a entre les deux branches de $c(\alpha)$. En outre on trouve

$$\text{arc } ub = o[|z-a|^{1-\gamma/2}],$$

si z décrit $c(\alpha)$ et tend vers a.

On donne à γ une suite de valeurs croissantes tendant vers 2. Aux points a de la plénitude E de Γ commune aux plénitudes E_γ, le théorème est vrai.

Tout se passe comme si, dans les conditions de variation de z indiquées dans l'énoncé, $f'(z)\sqrt{1-r}$ tendait vers o. Mais je ne saurais affirmer l'exactitude de cette propriété.

Soit e la plénitude de Γ en chaque point de laquelle $f(z) - b = o(\sqrt{z-a})$, si z tend vers a dans un angle bissecté par Oa et par exemple d'ouverture inférieur à $\pi/2$. Soit g l'ensemble des points $b = b(a)$ de la frontière F de D, homologues des points a de e. Je dis que *g a une aire nulle.*

Soit ε positif donné quelconque et, a étant dans e, soit $\eta(a, \varepsilon)$ le nombre positif maximum ($\leqq 2$) tel que

$$|f(z) - b| < \varepsilon\sqrt{|z-a|} \quad \text{moyennant} \quad |\operatorname{Arg}(1 - z e^{-i\alpha})| < \frac{\pi}{4}, \quad |z-a| < \eta(a, \varepsilon).$$

Si a et a' sont dans e, si $\eta(a, \varepsilon)$ et $\eta(a', \varepsilon)$ surpassent η et si $|a' - a| < \eta$, les deux points $b(a)$, $b(a')$ sont distants de moins de $2\varepsilon\sqrt{|a'-a|}$. Soit $e_n(\varepsilon)$ l'ensemble des a de e où $2^{-n} < \eta(a, \varepsilon) \leqq 2^{-n+1}$ et $g_n(\varepsilon)$ l'ensemble des points b de g correspondants.

$$e = \sum_{n \geqq 0} e_n(\varepsilon), \qquad g = \sum_{n \geqq 0} g_n(\varepsilon),$$

quel que soit ε. Soit $\mu_n(\varepsilon)$ la mesure de $e_n(\varepsilon)$; $\sum_{n \geqq 0} \mu_n(\varepsilon) = 2\pi$. Nous pouvons englober $e_n(\varepsilon)$ dans des arcs i inférieurs à 2^{-n} et de longueur totale moindre que $2\mu_n(\varepsilon)$. Chaque partie de $g_n(\varepsilon)$ homologue d'une partie de $e_n(\varepsilon)$ incluse dans un arc i a un diamètre inférieur à $2\varepsilon\sqrt{i}$. Donc $g_n(\varepsilon)$ est contenu dans des cercles dont l'aire totale est inférieure à $4\pi\varepsilon^2\Sigma i < 30\varepsilon^2\mu_n(\varepsilon)$. Donc $g(\varepsilon)$ est inclus dans des cercles d'aire totale inférieure à $200\varepsilon^2$.

C. Q. F. D.

On démontrerait de même que l'ensemble des points a où f a une dérivée

angulaire finie est dénombrablement rectifiable (au sens de M. Roger), s'il existe.

Ce qui précède n'exclut pas que l'ensemble d'indétermination de u, quand z tend vers n'importe quel point a de Γ, coïncide avec la totalité de F, ni que F ait une aire positive.

Voici un exemple d'un tel cas. Dans le plan des u, considérons des figures (T) formées par une suite finie de trapèzes ayant leurs bases alternativement parallèles à l'axe réel et à l'axe imaginaire, deux trapèzes consécutifs (fermés) ayant en commun uniquement un côté oblique commun, deux trapèzes non consécutifs étant à distance positive l'un de l'autre. Enfin, le premier côté du premier trapèze et le dernier côté du dernier trapèze sont perpendiculaires à leurs bases. Rappelons que l'écart d'un ensemble E à un ensemble E' est le maximum de la distance d'un point de E à E'.

Soit $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n, \ldots$ une suite positive tendant vers o.

Soit C_1 un rectangle de côtés parallèles aux axes. Sur chacun des quatre côtés de C_1 prenons un intervalle médian $i_1^1, i_1^2, i_1^3, i_1^4$. Sur i_1^1, nous construisons une figure T_1^1 intérieure à C_1 sauf par son côté initial i_1^1, et dont l'intérieur de C_1 est écarté de moins de ε_1, C_1 diminué de T_1^1 étant un polygone simple C_1^1. Sur i_1^2, construisons T_1^2, intérieur à C_1^1 (sauf par i_1^2) et dont C_1^1 est écarté de moins de ε_1, Soit C_1^2 le polygone simple restant après extraction de T_1^2 dans C_1^1. Nous formons C_1^3, $C_1^4 = C_2$; C_2 est un polygone simple à côtés parallèles aux axes. Sur chacun de ses côtés nous prenons un intervalle médian. Ce sont les $i_2^1, i_2^2, \ldots, i_2^k$. Remplaçant ε_1 par ε_2, nous opérons sur C_2 comme nous l'avons fait sur C_1. Et ainsi indéfiniment. Les $C_1, C_2, \ldots$ ont en commun un continu Φ dont le complémentaire forme une région unique et infinie. Si u_0 est un point de Φ, la transformation $1/(u - u_0)$ change Φ en F contenant le point à l'infini et dont le complémentaire D représenté sur C fournit l'exemple cherché.

Pour un tel exemple, il existe un résiduel R de points a' de Γ tels que l'ensemble d'indétermination de u, quand z tend vers a' suivant le rayon, coïncide avec la totalité de F, bien que sur une plénitude de Γ, u tende vers une limite unique par tout chemin n'ayant pas avec Γ un contact maximum d'ordre au moins égal à 1.

BALISTIQUE EXTÉRIEURE. — *La stabilité du projectile tournant. La tenue. L'amortissement initial rapide.* Note de M. **Robert d'Adhémar**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Dans la balistique, le même terme stabilité est employé avec des sens différents, et qui peuvent être contradictoires. Conservant au mot stabilité le sens qu'il a dans la mécanique, il faut définir la tenue, qui est une notion

distincte. Écrivons les équations du moment cinétique

$$p' + q(\omega - r) = \frac{1}{B} M_x,$$

$$q' - p(\omega - r) = \frac{1}{B} M_y,$$

$$\rho' = \frac{1}{A} M_z.$$

Je suppose M_z nul, c'est-à-dire les variations de ρ nulles; dans le cas contraire, la nature du problème est différente. Supposons M_x et M_y nuls, à l'instant T. Dans ces conditions, un moment perturbateur N, très petit, pourra avoir une influence notable sur le mouvement gyroscopique, et nous avons donc un état d'instabilité virtuelle. Par exemple, nous pouvons supposer, à l'instant T,

$$\delta = \sin\psi = p = p' = q = q' = 0,$$

la valeur de ψ' étant quelconque. Dans ce cas, l'instabilité est due à un excès de symétrie.

D'autre part, on dit souvent qu'un projectile est stable lorsque δ est petit. Le langage paraît défectueux. Mieux vaut dire que la tenue est bonne, lorsque δ est petit. Il paraît opportun de préciser un peu la notion de bonne tenue en disant, par exemple, qu'elle correspond aussi aux petites valeurs des paramètres p et q, c'est-à-dire à la lenteur du mouvement de l'axe de figure par rapport à la tangente.

La notion de l'amortissement initial est, en général, confuse et l'interprétation des courbes expérimentales est souvent hâtive. Il s'agit ici d'une définition théorique, qui, en fait, sera plus ou moins bien réalisée, et qui, pour un mauvais projectile, serait sans objet.

Nous connaissons le mouvement élémentaire et le mouvement correspondant, l'un et l'autre régis par la deuxième équation de Mayerski. Cette équation peut être déduite de la première équation du moment cinétique, si trois conditions sont remplies : ψ' et δ'' doivent rester assez petits, et les valeurs de δ voisines de zéro doivent être exclues. Cette exclusion, qui est imposée, marque, encore une fois, l'incompatibilité qui existe entre les équations de Mayerski et les positions d'instabilité virtuelle. Si le module μ a une valeur convenable, le mouvement élémentaire de module μ et le mouvement correspondant, défini par un angle λ assez voisin de $\pi/2$, constituent les deux modes favorables de l'amortissement

initial réalisé après une brève période d'irrégularité initiale. Les paramètres δ et ψ varieront peu, pendant le premier tour de révolution.

Si μ croît d'une manière appréciable, l'expression de M_x est $B\omega P\delta$, par suite, la stabilité est meilleure pendant le premier tour; mais l'expression de q est $P\delta$, par suite la tenue est moins bonne pendant le premier tour.

Considérons le rapport $\Theta = M_y : M_x$. Supposons l'amortissement réalisé, dans les conditions favorables ci-dessus. Dans ce cas, la période initiale est caractérisée par ce fait : $|\Theta|$ est infini à la bouche, puis $|\Theta|$ décroît en moyenne; enfin $|\Theta|$ devient petit par rapport à 1 au moment de l'amortissement. Il en résulte qu'une étude analytique de la période initiale, qui ne tient pas compte de M_y, est au moins incomplète.

MÉCANIQUE PHYSIQUE. — *Influence des interruptions au cours des essais de fluage.* Note [1] de MM. **Jean de Lacombe** et **Albert Portevin**, présentée par M. Léon Guillet.

Les courbes de fluage par traction tracées en conditions isothermes et isobares avec les aciers à chaud débutent par un allongement instantané correspondant à l'application de la charge. Cet allongement est susceptible d'être observé ou enregistré directement moyennant certaines précautions expérimentales d'une réalisation parfois difficile. On peut aussi en obtenir la valeur en calculant le premier terme a d'une formule parabolique du type $a + bt^m + ct^n$, comme l'a indiqué l'un de nous [2].

Les mêmes précautions opératoires à la décharge après allongement visqueux font apparaître un *raccourcissement instantané expérimental*, qui est *fonction de la charge enlevée et indépendant de l'allongement visqueux antérieurement subi*, c'est-à-dire de l'histoire visqueuse de l'échantillon. Si alors on recharge à nouveau, on obtient *un allongement instantané expérimental* égal au raccourcissement précédent.

D'une manière générale, pour une charge déterminée, l'allongement instantané que l'on observe à l'origine de l'essai est supérieur ou égal aux allongements et raccourcissements ultérieurs que l'on obtient par application ou enlèvement de la charge.

Tout se passe ainsi comme si l'allongement instantané initial

---

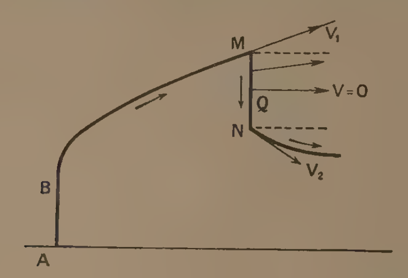
(1) Séance du 30 juin 1941.

(2) J. de Lacombe, *Revue de Métallurgie*, 36, 1939, p. 178.

comprenait une part élastique et une part permanente, et l'on retrouve l'analogue de la loi approchée de Coulomb relative à l'écrouissage. Cette propriété se conserve jusqu'à des températures pour lesquelles les déformations visqueuses sont importantes.

Les variations de longueur instantanées réversibles sont sensiblement proportionnelles aux charges, et peuvent servir, comme à froid, à la définition d'un module d'élasticité, qui est par conséquent indépendant des déformations visqueuses.

Lors de la décharge, à un instant où la vitesse de fluage est V_1 sous une charge F, le raccourcissement instantané MN (voir la figure) est suivi par



une contraction visqueuse débutant par une vitesse $V_2 \leq 0$ sous charge nulle.

Si l'on ne décharge que partiellement, on a un phénomène et une vitesse intermédiaires, c'est-à-dire un allongement de vitesse inférieure à V_1 ou un raccourcissement de vitesse inférieure à V_2 en valeur absolue. Une valeur f, convenablement choisie pour la charge résiduelle, correspond à un point P pour lequel la vitesse instantanée du phénomène visqueux est nulle. Il y a *invariance momentanée de longueur après la décharge partielle*.

Une manière d'interpréter ce phénomène serait d'admettre la présence d'une réaction ou tension élastique interne, conséquence de l'allongement visqueux [2], qui se manifeste par le raccourcissement visqueux lorsque la décharge est totale, et qui fournit l'invariance de longueur, par équilibre des forces en présence, lorsque la charge résiduelle est précisément égale à la contrainte élastique interne totale, c'est-à-dire à celle qui résulte à la

---

[2] Des explications ont été suggérées pour l'apparition de tensions de ce type, en particulier par Tapsell (*Assoc. Internat. Essai Mater.*, *Congrès de Londres*, 1937, p. 1), Homès (*Rev. Mét.*, 36, 1939, p. 373) et Laurent (*Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 665).

fois de l'allongement visqueux préalablement produit par F et de l'allongement élastique résiduel sous f.

Ainsi, *il est possible de réaliser une vitesse d'allongement pratiquement nulle au bout d'un temps donné et sous une charge f donnée, à condition d'avoir appliqué préalablement pendant ce temps une charge plus élevée* F, *ou précharge, convenablement choisie.*

Cette invariance n'est pas permanente. La vitesse a généralement tendance à reprendre avec le temps une valeur positive. Mais, entre certaines limites de température, la courbure peut être assez faible pour que l'invariance puisse être considérée comme pratiquement obtenue. Par exemple, un acier à 0,4 % de carbone recuit a été chauffé à 425° et soumis pendant 48 heures à 18 kg/mm². Cette charge a été ensuite baissée à 14,5 kg/mm². Après une période d'évolution progressive, la vitesse s'est stabilisée à moins de $1 . 10^{-7}$ heure entre 400 et 700 heures d'essai. Si la charge de 18 kg/mm² n'avait pas été appliquée, la vitesse aurait été environ cinq fois plus grande.

L'invariance de longueur plus ou moins prolongée n'est qu'un aspect d'une propriété plus générale. Une surcharge momentanée au cours d'un essai de fluage amène une diminution de la vitesse d'allongement. Comme cette surcharge momentanée a pour effet d'accroître l'allongement visqueux total, son action peut s'interpréter par l'hypothèse des réactions internes dont il a été question plus haut.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur une méthode électrique pour le dosage instantané de traces de gaz dans l'air.* Note [1] de M. E. **Huguenard**, présentée par M. Charles Mauguin.

La température d'un fil de platine chauffé vers 1000° dans l'air, par un courant électrique qui le traverse, atteint son équilibre quand la quantité de chaleur apportée en un temps donné par effet Joule est dissipée dans le même temps dans l'atmosphère environnante.

Cette dissipation, qui, dans l'air pur, s'effectue par convection et par rayonnement, dépend, comme on le sait, de l'agitation et de la densité de

---

[1] Séance du 30 juin 1941.

cet air, ce qui a permis de réaliser des anémomètres, des indicateurs de direction et des altimètres à fils chauds (²).

Mais, toutes choses égales d'ailleurs, si l'air qui heurte le fil chaud renferme un autre gaz, la dissipation de chaleur se trouve modifiée, non seulement par les propriétés physiques du gaz introduit, mais aussi par les réactions chimiques qui peuvent se produire au voisinage du fil chaud.

Il en résulte un changement de la température et de la résistance électrique du fil, changement qui dépend du gaz introduit et peut servir à déceler ce gaz ou à évaluer sa teneur dans l'air.

Les gaz contenus dans l'air et susceptibles d'être ainsi étudiés se divisent en deux groupes. Dans le premier groupe figurent ceux qui, au contact du fil chaud, donnent une réaction exothermique, et qui, par conséquent, augmentent la résistance du fil de platine : c'est à ce premier groupe qu'appartiennent les gaz et vapeurs combustibles : oxyde de carbone, acide sulfhydrique, hydrogène, ammoniac, gaz d'éclairage, vapeurs d'alcool, d'éther etc.

Dans le second groupe entrent des gaz tels que l'anhydride carbonique, la vapeur d'eau, les vapeurs de tétrachlorure de carbone etc., qui, dissociés au contact du fil porté à une température suffisamment élevée, le refroidissent et diminuent par conséquent sa résistance.

Le dosage s'effectue, en principe, sur un seul corps, après séparation physique ou chimique des autres corps. Le fil de platine joue à la fois le rôle d'appareil de chauffage, de masse calorimétrique et de thermomètre, et parfois aussi de catalyseur.

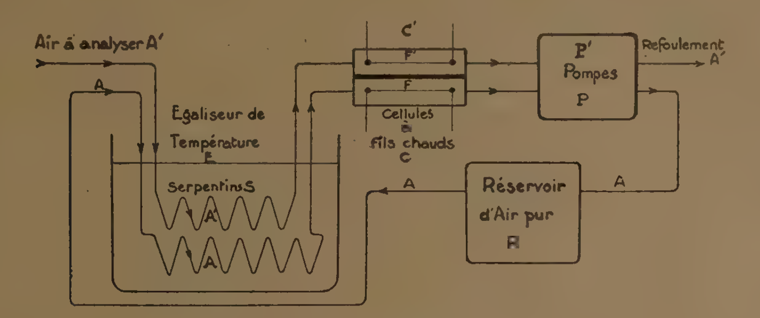
La masse du fil peut être très faible, ce qui permet une mesure très rapide effectuée à l'aide de traces du gaz contenu dans quelques centimètres cubes d'air seulement.

Le dispositif employé (*fig.* 1) pour l'application de cette méthode comprend deux petites pompes accouplées PP′ mues régulièrement par un moteur d'horlogerie ou un moteur électrique : l'une d'elles P′ aspire l'air à analyser, l'autre P l'air pur contenu dans une enceinte R maintenue à la pression atmosphérique. L'aspiration se fait au travers de deux serpentins métalliques S enroulés simultanément en hélice sur un même cylindre et plongés dans l'eau. Les gaz, ainsi amenés à la même température et à la même pression, passent ensuite respectivement dans l'une ou l'autre de deux petites chambres métalliques CC′ dans chacune desquelles est placé un fil de platine

---

(²) Huguenard, Magnan et Planiol, *Comptes rendus*, 176, 1923, pp. 287 et 663; 180, 1925, p. 828.

de 1/20e de millimètre chauffé par un courant électrique de 0,3 à 0,7 ampère environ. Le volume total des chambres et des canalisations est de quelques centimètres cubes. Les pompes aspirent ce volume en 1 seconde environ.



Les deux fils F, F' font partie d'un pont équilibré comportant des résistances fixes de 5 à 10 ohms et une résistance variable de 100 ohms pour assurer l'équilibre.

L'air témoin, refoulé dans l'enceinte R d'où il avait été extrait, reste constant.

Le galvanomètre du pont peut être aussi sensible que le permet la stabilité de composition des gaz qui circulent autour des fils; avec un galvanomètre très ordinaire, l'appareil décèle aisément *quelques millionièmes* d'oxyde de carbone dans l'air. Un simple relais à électroaimant manœuvre un avertisseur quand la teneur en oxyde de carbone ou en gaz d'éclairage atteint quelques dix-millièmes.

Si le gaz à étudier est un gaz du second groupe, dissocié par la chaleur, il est en général nécessaire de chauffer le fil vers 1200° ou 1300°. On peut ainsi obtenir un hygromètre.

La méthode réussit également pour doser les proportions de deux gaz contenus simultanément dans l'air : c'est le cas de l'air qui renferme à la fois des vapeurs d'alcool et d'eau.

Le fil est alors chauffé seulement au rouge sombre; la vapeur d'eau n'est pas dissociée et n'a pas d'action sur le fil.

Par combustion ou par catalyse, la vapeur d'alcool s'oxyde et échauffe le fil. Il est possible de déterminer ainsi, en quelques secondes, le degré alcoolique d'un liquide placé dans un flacon, en aspirant simplement quelques centimètres cubes de *l'atmosphère* qui surmonte le liquide.

Muni d'un galvanomètre sensible, le dispositif permet de déceler de très faibles quantités de combustibles odorants, tels que la naphtaline à l'état de traces que l'odorat ne perçoit pas.

PHYSIQUE COSMIQUE. — *Production par les rayons cosmiques de corpuscules secondaires pénétrants de grande divergence.* Note (¹) de MM. **Pierre Auger** et **Jean Daudin**, présentée par M. Charles Maurain.

I. L'un de nous a signalé (²), ainsi que d'autres auteurs (³), l'existence de coïncidences entre compteurs de Geiger-Muller placés sous un écran épais de plomb, et séparés les uns des autres par plusieurs centimètres de la même matière. Ces coïncidences ont été généralement attribuées à des rayons cosmiques pénétrants simultanés (des mésons, par exemple) par analogie avec les rayons cosmiques mous simultanés (électrons) qui forment les gerbes en cascades. Il s'agirait par conséquent de création de paires de mésons jusque dans les basses régions de l'atmosphère.

II. Des recherches ont été poursuivies par l'un de nous (J. D.) au sujet du nombre d'électrons qui accompagnent, dans l'air ou dans le plomb, le rayonnement cosmique pénétrant.

Pour élucider le rôle relatif joué par les électrons et les mésons dans la production des coïncidences signalées au début de cette Note, des expériences ont été faites avec deux compteurs disposés sous un écran de plomb d'environ 10^{cm} d'épaisseur, et séparés l'un de l'autre par 2^{cm} de plomb; un troisième compteur, placé au-dessus de l'écran, était mis en coïncidence triple avec les premiers (*fig.* 1). Le nombre des coïncidences obtenues varie avec l'écart des compteurs inférieurs d'une façon qui démontre que le diamètre des faisceaux d'électrons ou de mésons qui les déterminent est beaucoup plus grand que celui qui est prévu par la théorie des gerbes en cascade pour le cas du plomb. De plus, si l'écart des compteurs est maintenu constant, mais si l'épaisseur de l'écran qui les sépare est augmentée progressivement de 0 à 10^{cm}, on assiste à une diminution continue du nombre de coïncidences, suivant une courbe analogue à la courbe d'absorption du rayonnement cosmique global : Ce

(¹) Séance du 30 juin 1941.

(²) P. Auger, P. Ehrenfest, A. Fréon et R. Maze, *Journ. de Phys.*, 10, 1939, p. 1.

(³) G. Wataghin, M. D. de Sousa Santos et P. A. Pompeia, *Phys. Rev.*, 57, 1940, p. 61; Janossy et Ingleby, *Nature*, 145, 1940, pp. 511-512; Josephson, Froman et Stearns, *Phys. Rev.*, 57, 1940, p. 335.

fait conduit à localiser au voisinage immédiat des compteurs l'origine des particules secondaires qui les actionnent, et à diminuer le rôle des particules pénétrantes simultanées venant de l'atmosphère, et par conséquent grossièrement parallèles.

III. Cet ensemble de résultats nous a suggéré d'envisager un nouveau

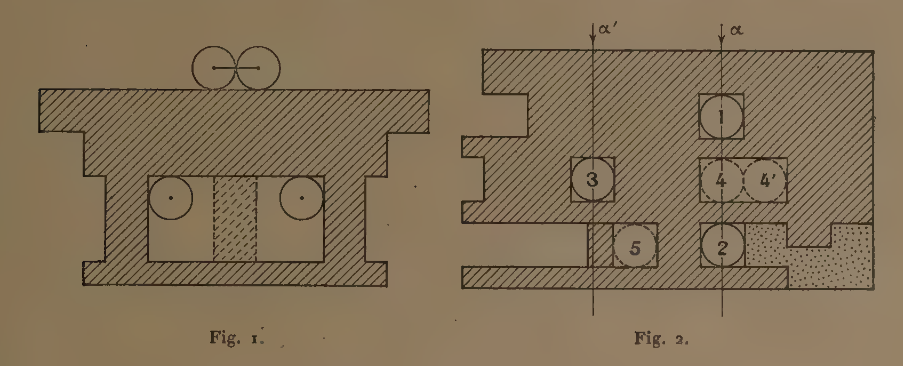


Fig. 1. Fig. 2.

type d'effet secondaire des rayons cosmiques pénétrants, consistant dans l'émission de particules d'énergie et de nature variées, dont certaines douées d'un grand pouvoir pénétrant, dans des directions très fortement divergentes à partir d'un centre. Pour distinguer nettement les effets de tels phénomènes de ceux des particules pénétrantes simultanées, nous avons disposé une expérience comme l'indique le schéma ci-dessus (*fig.* 2). On enregistre les coïncidences triples de deux compteurs placés verticalement l'un au-dessus de l'autre [notés (1) et (2)], avec un troisième (3) situé à environ 15^{cm} de distance, les trois compteurs étant enfermés de toutes parts dans 5 ou 10^{cm} de plomb. En même temps sont enregistrées les coïncidences quadruples de ces trois compteurs avec un quatrième (4) situé entre les compteurs superposés. S'il s'agit de particules pénétrantes simultanées provenant de l'air, le quatrième compteur doit être actionné chaque fois qu'il y a coïncidence triple due à un couple vertical tel que $\alpha\alpha'$ (expérimentalement 18 quadruples pour 28 triples). Lorsque le quatrième compteur a été décalé de façon à sortir de la colonne verticale définie par les compteurs superposés (4′), les couples $\alpha\alpha'$ n'actionnent plus le quatrième compteur; pourtant le nombre de coïncidences quadruples ne baisse pas par rapport aux triples (17 quadruples sur 22 triples), comme il devrait le faire dans l'hypothèse des particules verticales peu accompagnées de secondaires (mésons).

En mettant le quatrième compteur dans la position 5, on a enregistré encore 5 coïncidences quadruples sur 12 triples. Dans cet arrangement, il faudrait au moins trois particules simultanées parallèles et, pour expliquer un tel rendement, une densité de particules dures considérable (plusieurs dizaines au m^2). Cette densité d'énergie semblerait devoir être associée à des gerbes de l'air importantes. Or, trois expériences où le quatrième compteur était éloigné de 1 ou 3 mètres ont donné 0 coïncidence quadruple sur 14 triples. Cet effet semble donc dû à des particules isolées.

4. En conclusion, il faut admettre que les corpuscules responsables des coïncidences ne viennent pas simultanément de l'air, mais proviennent d'un centre local situé dans le plomb. Certaines d'entre elles sont très peu pénétrantes, comme le montre l'action absorbante de la cloison, d'autres sont capables de traverser plus de 10^{cm} de plomb. Elles doivent donc être très nombreuses dans chaque cas, les compteurs ayant une chance sur deux d'être touchés quelle que soit leur position. Ces explosions doivent être rapprochées des explosions nucléaires observées dans les émulsions photographiques, ainsi que des processus de *gerbes explosives* prévus théoriquement par Heisenberg et dont certains clichés Wilson de Fussel présentent sans doute des exemples.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la décomposition thermique du protoxyde d'azote.* Note de Mlle **Andrée Cheutin**, présentée par M. Paul Lebeau.

Le protoxyde d'azote N^2O est formé avec absorption de 20600 calories par molécule-gramme. Ce gaz est donc très instable à la température ordinaire, comme Priestley l'avait déjà constaté. Toutefois, sa décomposition thermique est progressive et non explosive. Il ne s'agit évidemment pas non plus d'une dissociation, car le phénomène n'est pas réversible.

Berthelot [1] a montré que la chaleur agit, d'autant plus vite que la température est plus élevée, en donnant de l'azote et de l'oxygène :

$$N^2O \rightarrow N^2 + \frac{1}{2}O^2;$$

à 520° la décomposition ne dépasserait pas 1,5 % après 30 minutes.

Hinshelwood et Bark [2] reprirent la question au point de vue cinétique chimique et considérèrent la réaction de décomposition comme bimoléculaire.

---

(1) *Comptes rendus*, **77**, 1873, p. 1448.

(2) *Proc. Roy. Soc. London*, A, **106**, 1924, p. 284.

Plus récemment, Briner et Wroczinski (³), puis Volmer (⁴), ont été amenés également, par la mesure de la vitesse de décomposition, à conclure qu'il s'agit, en réalité, d'une réaction monomoléculaire s'effectuant en deux temps :

$$N^2O \rightarrow N^2 + O \quad \text{et} \quad 2O \rightarrow O^2.$$

L'action catalytique du platine, niée par Hinshelwood, est reconnue par Briner.

Cette action a été étudiée spécialement par Praagh et Topley (⁵), elle augmente avec le temps, le platine devenant de plus en plus poreux.

Enfin Steacie et Mac Cubbin (⁶) constatent, en 1934, que la décomposition du protoxyde d'azote en ses éléments a lieu, entre 485 et 570°, en présence de platine et qu'elle est plus retardée par l'oxygène formé dans la réaction que par ce même gaz introduit au début de l'expérience.

En étudiant l'influence de différents gaz sur la dissociation du carbonate de chaux, j'ai été amenée à constater la décomposition du protoxyde d'azote à une température inférieure à celle pour laquelle la calcite commence à abandonner de l'anhydre carbonique. Je résume ici les observations et les mesures faites à cette occasion.

L'appareil utilisé est constitué par un tube de porcelaine imperméable aux gaz, même à température élevée, relié par un rodage et par une canalisation en verre pyrex, à un manomètre à mercure et à une trompe à chute.

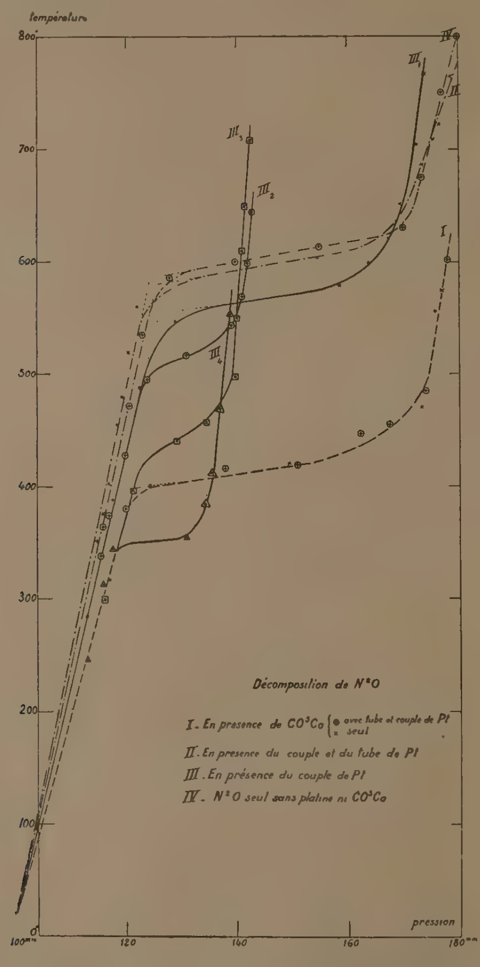
Le chauffage par résistance électrique est maintenu à température constante par un régulateur actionné par un couple chromel-alumel maintenu à l'extérieur du tube de porcelaine. Un couple intérieur, en platine, relié à un galvanomètre de précision, indique la température réelle du gaz. Ce dernier conservé, à l'état liquide, dans une bouteille d'acier pourvue d'un détenteur, est introduit par un ajutage latéral.

Les expériences ont lieu à volume constant. La pression est mesurée en fonction de la température et la dissociation est mise en évidence par une augmentation de pression. L'analyse des gaz, extraits à haute température, indique le taux de décomposition.

(³) *Comptes rendus*, **150**, 1910, p. 1324; *J. Chim. phys.*, **23**, 1926, p. 609.
(⁴) Volmer et Kummerow, *Zeits. Phys. Chem.*, B, **149**, 1930, p. 141.
(⁵) *Trans. Faraday Soc.*, **27**, 1931, p. 312.
(⁶) *J. Chem. Phys.*, **2**, 1934, p. 585.

	I.	II.	III.				IV.
Décomposition...	$N^2O + CO^3Ca$.	N^2O.	N^2O (b).				N^2O.
	(a).	(a).	(1).	(2).	(3).	(4).	
Température (° C.)...	400	575	555	500	425	350	600
Taux de décomposition (%)...........	100	100	100	90	78	72	-

(a) + tube de Pt + couple de Pt; (b) + couple de Pt.



On peut conclure que le platine, non préalablement chauffé en présence de protoxyde d'azote, n'a qu'une action catalytique très faible, mais cette

action catalytique croît à l'usage, ce qui se manifeste par l'abaissement de la température de la réaction. Toutefois la décomposition est de moins en moins complète, du fait que l'oxygène libéré entrave la réaction.

Le carbonate de calcium a un pouvoir catalytique notable si l'on prend comme critérium du pouvoir catalytique l'abaissement de la température de décomposition.

CINÉTIQUE CHIMIQUE. — *Sur le mécanisme de combustion des mélanges oxhydriques aux faibles pressions en présence d'oxyde de carbone.* Note de M. **Marcel Prettre**.

Les mesures résumées dans une précédente Note [1] ont montré que, dans certaines conditions de concentrations, les mélanges d'hydrogène, d'oxyde de carbone et d'oxygène réagissent selon un mécanisme en chaînes dont la vitesse W satisfait à la relation

$$W = k.\frac{(CO).(H^2)}{1+0,48.(H^2)},$$

(CO) et (H^2) représentant les pressions partielles des combustibles. La concentration en oxygène (toujours en fort excès par rapport à l'hydrogène mais non à la somme des combustibles) n'influe pas sur cette vitesse.

L'intervention de la pression d'hydrogène dans l'équation précédente est identique à celle observée dans de nombreuses réactions hétérogènes, dont l'ordre, par rapport à un réactif, est compris entre zéro et l'unité. Il est donc logique d'envisager une intervention hétérogène dans cette réaction en chaînes. Cette action ne peut s'exercer que sur la réaction initiale des chaînes et est régie par le volume d'hydrogène adsorbé.

Cette conclusion doit être rapprochée des faits suivants qui la confirment :

1° L'hydrogène est fortement adsorbé par les parois vitreuses aux mêmes températures [2]; l'adsorption exige une très forte énergie d'activation, elle doit correspondre à la présence d'hydrogène atomique en phase adsorbée, c'est-à-dire à la réaction

(1) $$H^2{}_{(g)} = 2\,H_{(ads.)};$$

2° Cette adsorption et la combustion du gaz tonnant aux faibles

---

(1) *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 1090.

(2) Williamson, *J. Am. Chem. Soc.*, 55, 1933, p. 1457.

pressions dépendent beaucoup de la nature et de l'état des parois vitreuses [3];

3° Des traces d'hydrogène atomique provoquent aisément l'explosion des mélanges oxhydriques [4].

Il est donc plausible d'admettre que la réaction initiale des chaînes dépend de l'adsorption activée d'hydrogène et consiste en l'évaporation très peu fréquente d'hydrogène atomique. Pour le gaz tonnant pur, Hinshelwood et Williamson [5] envisagent le mécanisme suivant de propagation des chaînes :

(2) $$H + O^2 + M = HO^2 + M,$$

(3) $$HO^2 + H^2 = H + H^2O^{2*}$$ [6],

(4) $$H^2O^{2*} = 2\,OH,$$

(5) $$OH + H^2 = H^2O + H.$$

Cette chaîne ramifiée à chaque maillon entraîne l'explosion, sauf quand une élévation de pression augmente assez la fréquence des chocs triples qui interrompent les chaînes.

En présence de grandes quantités d'oxyde de carbone et de peu d'hydrogène, le premier de ces combustibles se substitue au second dans la propagation des chaînes qui sont alors essentiellement le fait des réactions

(6) $$HO^2 + CO = CO^2 + OH,$$

(7) $$OH + CO = CO^2 + H.$$

Il est clair que, lorsque la réaction (6) remplace les réactions (3) et (4), la ramification ne se produit plus; l'explosion du gaz tonnant pur aux basses pressions fait place à l'oxydation lente des mélanges ternaires.

Le schéma des réactions (1), (2), (6) et (7) est en bon accord avec la relation cinétique (1) fournie par l'expérience. La vitesse d'un processus en chaînes non ramifiées est égale au produit de la vitesse de la réaction initiale par la longueur moyenne des chaînes. La réaction initiale est essentiellement fonction du volume V d'hydrogène adsorbé qui est donné

---

(3) PRETTRE, *J. Chim. Phys.*, 33, 1936, p. 189; *Réactions en chaînes*, première partie, Paris, 1936, p. 34.

(4) FARKAS, HABER et HARTECK, *Zeits. Elektrochem.*, 36, 1930, p. 711.

(5) *The Reaction between Hydrogen and Oxygen*, Oxford, 1934, p. 68.

(6) L'astérisque indique que la molécule d'eau oxygénée est fortement activée.

par l'isotherme de Langmuir

$$(2) \qquad V = k_0 \frac{(H^2)}{1 + a(H^2)}.$$

La longueur moyenne L des chaînes, à une température et dans un récipient réactionnel donnés, est principalement régie par la vitesse de la réaction de propagation la moins probable, qui est ici la réaction (7). La longueur L est donc proportionnelle à la pression d'oxyde de carbone

$$(3) \qquad L = k_1(CO).$$

La vitesse W de combustion prévue par le schéma précédent est donc

$$(4) \qquad W = k_2 VL = k \frac{(CO)(H^2)}{1 + a(H^2)},$$

expression identique à la relation expérimentale (1) si $a = 0{,}48$.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Dosage pondéral du fluor à l'état de fluorure de bismuth.* Note de M. **Louis Domange**, présentée par M. Paul Lebeau.

Le fluorure de bismuth F^3Bi possède un ensemble de propriétés qui en font un composé du fluor utilisable pour le dosage pondéral de ce métalloïde.

Le fluorure de bismuth se présente sous l'aspect d'une poudre blanche très peu soluble dans l'eau. Sa solubilité est en effet inférieure à celle du fluorure de calcium habituellement utilisé. Il est soluble dans des milieux acides, mais, en effectuant le dosage de façon convenable, on peut amener cette solubilité à une valeur négligeable. Contrairement aux autres composés du bismuth, le fluorure n'est pas hydrolysable, il est stable en milieu aqueux. D'autre part son poids moléculaire relativement élevé est particulièrement favorable. Enfin, avantage sérieux sur le fluorure de calcium, sa séparation et son lavage sont faciles.

Pour éviter soit l'hydrolyse du réactif précipitant par défaut d'acidité, soit la solubilisation du fluorure de bismuth par suite au contraire d'un excès d'acidité, il faut opérer dans des conditions bien précises.

Le réactif est préparé de la façon suivante :

Laver rapidement 50^g de nitrate $(NO^3)^3Bi, 5OH^2$ avec 10^{cm^3} d'acide acétique. Mélanger 100^{cm^3} d'eau et 20^{cm^3} d'acide acétique. Dissoudre à

froid 10g de nitrate de bismuth purifié dans 100cm³ de la liqueur précédente. La dissolution se fait en une heure environ. Un centimètre cube correspond sensiblement à 0g,114 de fluor.

Le mode opératoire pour le dosage peut être ainsi brièvement résumé.

La solution de fluorure à doser doit être préalablement neutralisée. Prendre une prise d'essai contenant de 0g,20 à 0g,25 de fluor, la verser dans un vase en résine synthétique du type bakélite ou en argent. Amener le volume à 125cm³. Ajouter 5 gouttes d'acide acétique. Le pH est alors voisin de 6,5 (papier indicateur). Verser le réactif à froid, goutte à goutte, en agitant, et en quantité telle qu'il soit en léger excès. Laisser décanter une heure ou deux. Filtrer sous vide, laver avec 10cm³ d'acide acétique à 2,5 %, puis à l'eau. Sécher 1 heure et demie à 2 heures à l'étuve à 100°. Peser sans calciner. On ne peut utiliser ce dosage en présence de composés bismuthiques susceptibles d'être hydrolysés dans le milieu où l'on opère, tels que chlorures, bromures, iodures, sulfates et phosphates.

Voici les résultats obtenus à partir de quantités connues de fluorure de potassium pur :

Essai.	F mis en solution.	F trouvé.	Erreur relative %.
1	0,2175	0,2174	—0,05
2	0,2152	0,2150	—0,1
3	0,2230	0,2235	+0,25
4	0,2097	0,2095	—0,1

Ainsi conduit, le dosage pondéral du fluor assure une précision de deux à trois millièmes au moins. Il est donc susceptible de rendre de réels services dans les recherches concernant la chimie du fluor.

OPTIQUE CRISTALLINE. — *Photodichroïsme de* NaCl *coloré.* Note de M. Serge Nikitine, présentée par M. Aimé Cotton.

Rappelons les propriétés essentielles des cristaux colorés d'halogénures alcalins purs étudiés notamment par Hilsch et Pohl (1).

Les cristaux purs des halogénures alcalins, généralement incolores, peuvent être colorés par divers traitements (action de la lumière ultraviolette, des rayons X et γ, bombardement par électrons etc.) ou par chauffage en présence du métal alcalin contenu dans le cristal. La

(1) Voir R. W. Pohl, *Phys. Z.*, 39, 1938, p. 36.

coloration, attribuée à un excès d'ions métalliques en position irrégulière dans le cristal (centres F), est due à l'apparition d'une bande d'absorption dans le visible, que Pohl appelle *bande F*. Si l'on insole le cristal coloré par des radiations de fréquences telles que F les absorbe, cette bande pâlit : un certain nombre des centres F reviennent à l'état incolore, d'autres, par contre, sont transformés en centres F′ qui donnent lieu à une nouvelle bande d'absorption moins intense et de fréquences plus faibles. Les bandes F et F′ se séparent à basse température. Le nombre de centres F′ ainsi formés, toutes autres choses étant égales, varie d'un corps et d'un cristal à un autre. Les centres F′ sont susceptibles de revenir à l'état F sous l'effet de la chaleur, ou si on les insole à nouveau par des radiations appropriées.

On a souvent cherché à rapprocher les propriétés photochimiques des halogénures alcalins de celles des halogénures d'argent ([2]). D'autre part on peut rapprocher les propriétés des centres F de celles de colorants qui pâlissent à l'insolation. Il m'a donc paru intéressant de rechercher si les halogénures alcalins pouvaient présenter le photodichroïsme.

Des cristaux de NaCl, préparés par fusion et polis optiquement, ont été soumis aux rayons β et γ du radium et ont acquis ainsi une coloration brune. Je les ai ensuite étudiés comme je l'avais fait pour des couches colorées avec un colorant photosensible ([3]). Après insolation pendant quelques minutes, par la lumière (radiation totale) d'une lampe à haute pression de mercure (SP. 500) polarisée rectilignement, ces cristaux pâlissent fortement et deviennent dichroïques. On a reproduit sur la figure les courbes d'absorption pour NaCl coloré avant l'insolation (courbe *a*) et après l'insolation (courbe *b*); enfin la courbe *c* indique la variation du photodichroïsme en fonction de la longueur d'onde. On a obtenu aussi des dichroïsmes plus marqués (2δ atteignant, par exemple, pour $0^{\mu},43$, 2°). Mais le dichroïsme relatif $(K_x - K_y)/K_0$ est faible (de l'ordre de — 0,02). Les mesures précises présentent des difficultés à cause des défauts des surfaces optiques des lames étudiées et des biréfringences accidentelles que peuvent présenter ces lames. D'autres halogénures alcalins présenteront sans doute le phénomène.

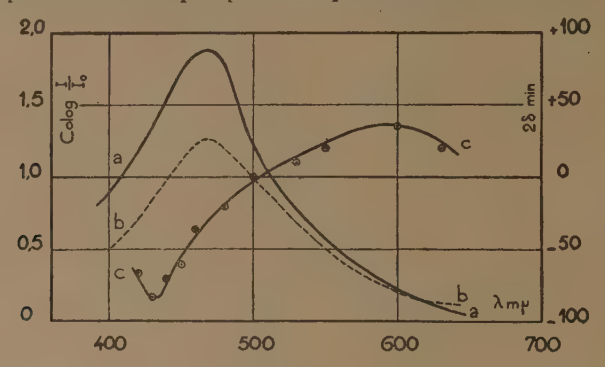
Sans chercher, ce qui serait prématuré, une théorie complète, on peut expliquer en gros les choses de la façon suivante. Soient ox la direction de

---

([2]) MEIDINGER, *Ergebnisse der angewandten physikalischen Chemie*, **5**.

([3]) *Ann. de Phys.*, 11e série, **15**, 1941, p. 284.

vibration du vecteur électrique de la lumière d'insolation, et oz la direction des rayons lumineux. J'ai montré [4] que pour un photodichroïsme obtenu par *pâlissement*, on avait $K_y > K_x$, où K_y et K_x sont les coefficients d'absorption d'une vibration vibrant respectivement parallèlement à oy et ox. On peut montrer que pour un photodichroïsme obtenu par *coloration* photochimique (comme c'est le cas pour la bande F′), on a au contraire $K_y < K_x$. En effet dans le premier cas les oscillateurs parallèles à ox pâlissent de préférence et par conséquent $K_x < K_y$ après l'insolation ; dans le deuxième cas au contraire ces oscillateurs donnent lieu de préférence à la nouvelle coloration, de sorte que dans la nouvelle bande d'absorption $K_x > K_y$. En considérant les propriétés des bandes F et F′ rappelées au début de cette Note, il n'est pas douteux que le photodichroïsme observé est la différence de deux effets de signes contraires dont l'un prédomine dans le bleu, l'autre dans l'orangé. Des effets analogues avaient été observés [5] avec les halogénures d'argent, et il est probable que la même explication est valable pour ces corps.



AÉROLOGIE. — *Sur la pente de la tropopause et ses variations.* Note [1] de M. LOUIS CAGNIARD, présentée par M. Charles Maurain.

J'ai proposé [2] d'assimiler la tropopause à une surface de discontinuité du second ordre, au travers de laquelle la température et la vitesse du vent

(4) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 973; 206, 1938, p. 1219; 207, 1938, p. 331.
(5) Voir en particulier J.-P. MATHIEU, *Rev. Opt.*, 9, 1930, p. 353.

(1) Séance du 30 juin 1941.
(2) *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 360.

sont continues, leurs dérivées discontinues. Je montrais que l'inclinaison de la tropopause sur les surfaces de niveau pouvait alors être calculée à partir des résultats d'un sondage usuel.

Le calcul de cette inclinaison offre un double intérêt. Pour connaître la topographie instantanée de la tropopause, on ne dispose que des altitudes relevées en chaque station aérologique. La densité de ces stations étant faible, le calcul de l'orientation du plan tangent accroîtrait utilement la précision. D'autre part il existe vraisemblablement une étroite relation entre les anomalies de la pente de la tropopause et la position des grandes perturbations de l'atmosphère. Aussi la constatation locale d'une telle anomalie pourrait-elle fournir une donnée précieuse en vue de la prévision du temps.

Pour un contrôle expérimental de mes formules, je ne dispose malheureusement pas des listes de sondages publiées par la Commission Aérologique internationale. Elles permettraient de calculer la pente de la tropopause, d'une part d'après les altitudes relevées simultanément en trois stations rapprochées, d'autre part d'après les résultats de chaque sondage pris isolément. Le premier calcul exige une détermination précise des altitudes, car les pentes sont faibles (quelques millièmes au plus). Le second exige de connaître la variation de la vitesse du vent en altitude avec une précision inhabituelle. C'est pourquoi un contrôle très précis, impraticable aussi dans les circonstances actuelles, exigerait l'exécution d'une série de sondages simultanés en trois stations distantes de 200 à 300^{km}. Dans chaque station, les météorographes seraient *du même type*. Leur étalonnage, le dépouillement de leurs inscriptions seraient effectués par *la même personne*. Les ballons seraient visés *en permanence* à l'aide de théodolites pourvus de dispositifs d'enregistrement.

A défaut d'un contrôle véritable, je peux cependant justifier mes formules, dans une certaine mesure, en vérifiant que les pentes qu'elles permettent de calculer sont de l'ordre de grandeur auquel on doit s'attendre.

Je reprends ici les notations de ma Note précédente. On admet que la tropopause moyenne est de révolution. D'après Dedebant et Wehrlé [3], son altitude moyenne serait 11^{km},3 à la latitude 45°, 10^{km},4 à la latitude 50°. Dans nos régions, la pente moyenne $\partial z/\partial x$ serait donc de l'ordre de $1,6.10^{-3}$ (peut-être à 30 ou 40 % près). D'autre part, en utilisant les

---

(3) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 346.

publications de la C. I. A. S., M. Maurain a pu établir la valeur moyenne de la vitesse du vent dans le NW de l'Europe jusqu'à l'altitude de 19^{km}. Cette vitesse augmente à peu près proportionnellement à l'altitude entre 1 et 11^{km}. A 11^{km}, elle présente un maximum, avec point anguleux très net [4]. Si j'adopte enfin la loi moyenne de variation des températures en fonction de l'altitude, admise par la S. T. A. F. pour définir l'atmosphère standard, je dispose des données nécessaires pour calculer la pente moyenne de la tropopause dans nos régions $[(\partial z/\partial x) = 1,24.10^{-3}]$, sous cette réserve que les nombres adoptés soient vraiment représentatifs de la moyenne; les résultats sont inscrits dans le tableau ci-dessous.

	Sondage moyen.	14 juillet 1924.	15 juillet 1924.
Alt. de la tropopause (m)....	11 000	12 380	13 280
T........................	216,5	219,3	213,7
$\frac{\partial T}{\partial z}$ troposphère..........	$-6,50.10^{-5}$ C.G.S.	$-7,02.10^{-5}$	$-6,52.10^{-5}$
$\frac{\partial T}{\partial z}$ stratosphère..........	0	0	0
v (m/sec)................	15,6	27,2	13,8
$\frac{\partial v}{\partial z}$ troposphère..........	$1,06.10^{-3}$ C.G.S.	$-0,27.10^{-3}$	$2,50.10^{-3}$
$\frac{\partial v}{\partial z}$ stratosphère..........	$-1,80.10^{-3}$ »	$-4,67.10^{-3}$	$-6,39.10^{-3}$
$\frac{\partial z}{\partial x}$......................	$1,24.10^{-3}$	$1,84.10^{-3}$	$3,42.10^{-3}$

Le même tableau résume le calcul de la pente pour deux sondages intéressants effectués à Bar-le-Duc les 14 et 15 juillet 1924 [5], à une époque où la situation isobarique subissait une profonde et rapide évolution. Le 13 juillet, l'anticyclone des Açores s'étend sur la France et l'Angleterre. Dès le 17, une aire dépressionnaire très vaste englobe toute la moitié nord et le centre de l'Europe. Simultanément $\partial z/\partial x$ s'accroît de $1,8.10^{-3}$ le 14 à $3,4.10^{-3}$ le 15. Le 16, l'irrégularité de la vitesse du vent devient telle que j'ai dû renoncer au calcul de ses dérivées. Les jours suivants, la vitesse du vent n'est pas connue (ciel couvert); la tropopause, fortement perturbée, présente l'anomalie IV de Schmaus. L'altitude de la tropopause s'élève de 900^m du 14 au 15, s'abaisse de 1850^m du 15 au 16, s'abaisse encore de 2380^m du 15 au 19, date à laquelle l'anomalie de Schmaus a disparu.

Le calcul de $\partial z/\partial y$, pour les sondages de Bar-le-Duc, est beaucoup plus

(4) Cf. ANGOT, *Météorologie*, 4e édition, Paris, 1928. Note de BRAZIER, p. 391, fig. 112.

(5) *Institut de Physique du Globe de Strasbourg, Annuaire*, 1924.

incertain du fait que le vent est sensiblement d'Ouest et que les variations de sa direction ne sont cataloguées que de 5° en 5°, avec une erreur possible de plusieurs degrés. $\partial z/\partial y$ semble cependant être de l'ordre de 10^{-3} le 14, de 4.10^{-3} le 15. Ainsi la ligne de plus grande pente de la tropopause semble pouvoir s'écarter notablement (de plus de 45°) de sa direction moyenne Sud-Nord.

HISTOPHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Recherches expérimentales sur la polarité des tissus de la racine d'Endive.* Note de M. **Roger Gautheret**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Nous avons récemment signalé (¹) qu'une tranche isolée d'Endive produit des racines, des cals et des bourgeons. Les cals et les racines se forment sur la face apicale du fragment, c'est-à-dire sur la face qui est tournée vers la pointe de la racine lorsque la tranche fait encore partie de cette dernière. Les bourgeons se forment au contraire presque exclusivement sur la face supérieure de la tranche, qui, selon l'orientation de cette dernière par rapport au milieu de culture, correspond soit à la face apicale, soit à la face proximale. La polarité semble donc être modifiée par les conditions extérieures, et l'on pourrait supposer que la position des bourgeons est conditionnée par la direction de la pesanteur. Nous avons essayé d'éclaircir ce problème au moyen d'expériences analogues à celles effectuées antérieurement sur la Carotte (²).

Nous avons tout d'abord essayé de mettre en évidence la polarité propre des tissus telle qu'elle se manifeste en l'absence de facteurs capables de la troubler. Pour cela nous avons découpé des prismes d'Endive dont l'axe était parallèle à l'axe de la racine elle-même. Ces fragments étaient couchés sur un milieu nutritif gélosé, d'une manière telle que leur axe était parallèle à la surface du substratum, c'est-à-dire horizontal. Les faces apicales et proximales étaient ainsi soumises à des conditions identiques, qu'il s'agisse de la direction de la pesanteur ou de leur position par rapport au milieu nutritif. Dans ces conditions, les prismes de tissu ont produit des bourgeons sur leur face proximale et des racines sur leur face apicale. Des cultures placées sur un clinostat ont fourni des résultats

(¹) *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 1098.
(²) *Comptes rendus*, 211, 1940, p. 15.

semblables. Les tissus de la racine d'Endive présentent donc une polarité naturelle analogue à celle bien connue des tiges de Saule.

Nous avons eusuite fait varier l'action de la pesanteur en donnant à des cultures identiques aux précédentes des orientations différentes, telles que leurs axes fassent avec la verticale des angles compris entre 0 et 180°. Les bourgeons se sont constamment formés sur la face proximale, même lorsque celle-ci était tournée vers le bas. Dans ce dernier cas les tiges provenant des bourgeons manifestaient un géotropisme négatif et se redressaient rapidement, poussant ainsi vers le haut. La pesanteur ne modifie donc pas la polarité du bourgeonnement.

Nous avons alors cherché si l'orientation des tissus par rapport au milieu de culture modifie cette polarité. Dans ce but, des prismes de racine furent immobilisés sur des supports en fil de fer maintenant leur axe horizontal. Leur face apicale ou proximale était alors appliquée contre une paroi verticale de gélose nutritive; les tissus étaient ainsi soustraits à l'action de la pesanteur, tandis que le milieu nutritif agissait à volonté sur l'une ou l'autre de ses faces. Tout fragment dont la face apicale était appliquée contre la gélose a produit des bourgeons uniquement sur la face proximale, c'est-à-dire à l'opposé du milieu de culture; 10 % des prismes qui étaient appliqués contre le substratum par leur face proximale ont formé des bourgeons sur cette face, c'est-à-dire au contact du milieu de culture; 40 % des mêmes cultures ont formé des bourgeons sur leur face apicale à l'opposé du milieu de culture; enfin 50 % des prismes orientés de la même manière ont produit des bourgeons latéralement en dehors du milieu de culture, mais au voisinage de celui-ci. Le contact du milieu de culture inhibe donc le développement des bourgeons et, s'il modifie apparemment la polarité, c'est simplement par suite d'une action locale. Nous avons combiné différentes orientations des tissus par rapport à la pesanteur et au milieu de culture, mais les résultats n'ont pas varié.

Ces expériences ont été réalisées sur la Chicorée de Bruxelles ou Endive. La Chicorée à grosse racine, appelée communément Chicorée à café, ne nous a pas donné de résultats aussi nets, car la polarité de ses tissus est peu marquée. Des tranches de racine de cette variété de Chicorée se développent en effet d'une manière très rapide, mais les cals et les bourgeons se forment en des points quelconques des fragments.

Enfin, nous avons recherché si la circulation d'hétéro-auxine, dans les tissus d'Endive, présente une polarité grâce à des expériences identiques à celles réalisées sur la Carotte [2]. Pour cela des prismes de racine d'Endive

ont été placés debout à la surface d'un milieu gélosé additionné de 0,001 % d'acide indol-β-acétique, ou 0,00001 % d'acide naphtalène-acétique. Les prismes reposant sur la gélose par leur face proximale ont formé, sur leur face apicale éloignée du substratum, de nombreuses racines, mais pas de bourgeons. Au contraire, les fragments appliqués contre le milieu par leur face apicale ont produit, sur leur face proximale, des bourgeons, mais pas de racines. Ces expériences prouvent que la circulation des hétéro-auxines est polarisée et s'opère dans le sens feuilles-racines quelles que soient les conditions extérieures. D'ailleurs, cette polarité de circulation, qui est une propriété cellulaire, possède une signification plus précise que la polarité du développement des racines et des tiges qui peut être troublée par des actions locales.

En résumé, nos expériences prouvent que les tissus de la racine d'Endive présentent une polarité qui se traduit : 1° par une direction privilégiée de la circulation des hétéro-auxines, qui s'opère dans le sens feuilles-racines; 2° par le développement de racines sur la face apicale de tranches isolées et celui de bourgeons sur la face proximale. Le contact d'un milieu aqueux, agissant localement, modifie la position des bourgeons sans entraîner cependant de modifications réelles de la polarité.

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Rhamnacées. Développement de l'embryon chez le* Rhamnus Frangula *L.* Note de M. **René Souèges**, présentée par M. Pierre-Augustin Dangeard.

L'examen du *Ceanothus azureus* [1] nous a donné les premières indications sur le mode de développement de l'embryon chez les Rhamnacées. Un deuxième exemple, le *Rhamnus Frangula*, assez voisin du précédent, va nous permettre de nous faire une idée plus exacte des caractères embryogéniques généraux de la famille.

La cellule apicale du proembryon bicellulaire (*ca*, *fig.* 1) se segmente, d'une manière à peu près constante, par une paroi plus ou moins inclinée, séparant deux éléments, *a* et *b*, de forme et de dimensions assez dissemblables. L'élément *a*, comprenant le pôle embryonnaire, se divise par une cloison également oblique et donne naissance, au sommet, à une cellule qui a valeur d'un quadrant et qui se comporte comme une cellule épiphysaire (*e*, *fig.* 8). Les figures 14, 15, 16, 18 à 24 montrent comment procèdent les divisions dans la cellule épiphysaire; on ne peut, à cet égard,

(1) R. Souèges, *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 1673.

établir de règles fixes. Les deux cellules-filles de *b* et la cellule-sœur de l'épiphyse, représentant les autres quadrants, engendrent la partie cotylée *sensu stricto*, c'est-à-dire les cotylédons et les initiales de la stèle au sommet caulinaire. Les premières segmentations, dont ces éléments sont le siège, peuvent s'observer aisément dans la majorité des cas : elles sont quelquefois périclines (*fig.* 13 à d., 14, 15, 16 à g.), le

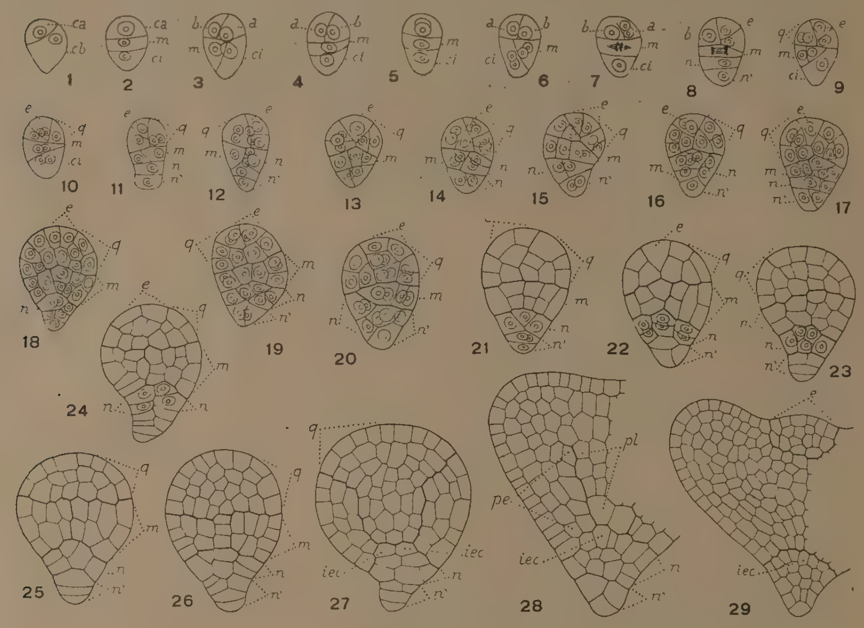


Fig. 1 à 29. — *Rhamnus Frangula* L. — Les principaux stades du développement de l'embryon. *ca* et *cb*, cellule apicale et cellule basale du proembryon bicellulaire; *a* et *b*, cellules-filles de *ca*; *e*, épiphyse; *q*, quadrants ou partie cotylée *sensu lato*; *m*, cellule-fille supérieure de *cb* ou groupe cellulaire qui en dérive; *ci*, cellule-fille inférieure de *cb* ou groupe cellulaire qu'elle produit; *n* et *n'*, cellules-filles de *ci* ou groupes cellulaires qui en sont issus; *pe*, périblème; *pl*, plérome; *iec*, initiales de l'écorce au sommet radiculaire. G. = 300; 160 pour la figure 29.

plus souvent horizontales ou verticales. Les divisions suivantes sont difficiles à suivre et à bien déterminer, d'autant plus que les sections longitudinales des formes ne peuvent être rigoureusement axiales ni correspondre toujours aux mêmes plans méridiens. Au terme de la vie proembryonnaire, les limites entre les premiers blastomères ne peuvent être distinguées (*fig.* 27 à 29),

Parfois, la cellule apicale se divise par des parois verticales faisant apparaître quatre quadrants disposés dans un plan horizontal; dans ce cas, l'épiphyse procède de la segmentation transversale de l'un ou de deux de ces quadrants.

La cellule basale (*cb*, *fig.* 1) se segmente quelquefois par une paroi transversale pour donner deux cellules superposées, *m* et *ci* (*fig.* 2); le plus souvent toutefois elle

prend une paroi oblique séparant deux cellules à peu près placées l'une à côté de l'autre (*fig.* 3). Dans le premier cas, les segmentations se succèdent comme le montrent les figures 7, 8, 11, 13, 17, 21 : la cellule *m*, par cloisons d'abord verticales, puis horizontales, produit deux étages cellulaires (*fig.* 18, 21, 22), aux dépens desquels s'édifie la partie hypocotylée; la cellule *ci* se segmente transversalement pour donner deux nouveaux éléments superposés, *n*, qui donnent naissance à une hypophyse véritable, et *n'*, qui engendre un court suspenseur. Dans le deuxième cas, la cellule *ci* se cloisonne obliquement (*fig.* 6, 10, 12); sa cellule-fille supérieure *n*, avec l'élément *m*, participe à la construction de l'hypocotyle et donnerait, en outre, l'hypophyse; sa cellule-fille inférieure, *n'*, se segmentant d'abord transversalement (*fig.* 12, 21) ou obliquement (*fig.* 17, 19), engendre le suspenseur. Il est difficile, étant données les directions obliques des parois qui se succèdent dans les blastomères issus de *m* et de *ci*, de suivre exactement la marche de la segmentation et de déterminer avec certitude les portions du corps que ces blastomères contribuent à édifier. De l'étroite comparaison de formes prises à des stades à peu près semblables, il résulte que, chez les formes irrégulières, comme chez celles qui se montrent régulièrement construites, la cellule *n*, fille supérieure de *ci*, non seulement contribue, avec l'élément *m*, à la construction de la partie hypocotylée, mais produit aussi une hypophyse véritable, génératrice des initiales de l'écorce au sommet radiculaire et de la portion médiane de la coiffe (*fig.* 27). Dans tous les cas, la cellule-fille inférieure de *ci*, *n'*, donnerait naissance à un court suspenseur.

Somme toute, les règles qui président au développement de l'embryon, chez le *Rhamnus Frangula*, sont moins nettes et moins constantes que celles qui ont pu être établies au sujet du *Ceanothus azureus*, les variations dépendant surtout du mode de cloisonnement de la cellule basale du proembryon bicellulaire. On peut néanmoins assister à la construction de certaines formes très régulières qui permettent de conclure que les caractères embryogéniques de la Bourdaine sont fondamentalement les mêmes que ceux qui ont été observés chez le *Ceanothus* et qui ont été nettement définis au sujet des Potentillées [2]. Dès maintenant, on peut par conséquent admettre, avec de plus grandes chances de certitude, que les Rhamnacées se rattachent au type embryonomique du *Geum urbanum* [3].

---

(2) R. Souèges, *Comptes rendus*, **174**, 1922, pp. 1070 et 1197; **200**, 1935, p. 1972; *Bull. Soc. bot. Fr.*, **70**, 1923, p. 645.

(3) R. Souèges, *Embryogénie et classification*, II, p. 81, Paris, 1939.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *La ségrégation des sexes et de quelques caractères somatiques chez le* Podospora anserina. Note de M. **Georges Rizet**, présentée par M. Pierre-Augustin Dangeard.

Le *Podospora anserina* est représenté dans nos collections par un certain nombre de souches monospores, nées de spores uninucléées, et qui appartiennent à plusieurs races : la forme *normale*, issue de périthèces sauvages et plusieurs formes nouvelles nées par mutation en culture, les formes *albinos*, *incolore*, *pulverulens* et *nana*. Deux de ces dernières, *incolore* et *nana*, ont déjà été décrites ([1]); les deux autres, *pulverulens* et *albinos*, ne colorent pas non plus les milieux de culture, mais, alors que le mycélium *albinos* ressemble beaucoup au mycélium *normal*, le mycélium *pulverulens* se rapproche du mycélium *nana*, offrant seulement une croissance plus exubérante.

L'étude de confrontations fertiles *normal* X *incolore* et *normal* X *nana* ([1]), ([2]) nous a permis d'observer une ségrégation très nette, du type mendélien, dans des asques normaux tétrasporés appartenant à deux groupes distincts : les uns fournissent 4 souches identiques contenant en puissance les caractères des deux parents; les autres, plus rares, fournissent 2 souches semblables à l'un des parents et 2 souches semblables à l'autre parent; à chacun de ces types correspondent aussi des asques anormaux que l'on se représente facilement.

L'existence de deux races nouvelles nous a permis de réaliser diverses confrontations fertiles en rapprochant de toutes les manières possibles ces 5 types de mycéliums différents. Nous avons, dans chacun de ces cas, fait l'analyse génétique d'un grand nombre d'asques par la méthode des cultures monoascospores, en repérant, le plus souvent possible, la place de chacune des spores dans les asques.

Cette étude nous a permis de compléter utilement nos précédentes observations et aussi de faire quelques observations nouvelles :

1. Chacune de ces confrontations nous a fourni des asques anormaux contenant en particulier des spores uninucléées; ces spores nous ont permis d'obtenir des souches *unisexuées*, *self-stériles*, des haplontes, semblables à l'un ou à l'autre parent; un même asque anormal peut fournir les deux

---

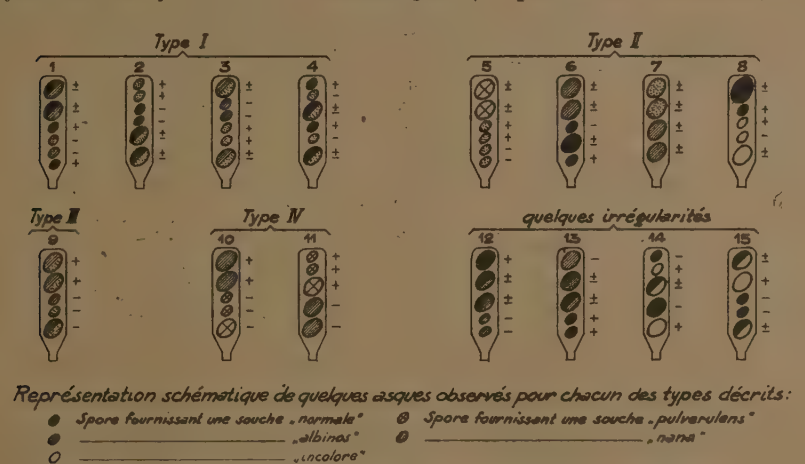
([1]) *Comptes rendus*, **209**, 1939, pp. 771-774.
([2]) *Comptes rendus*, **212**, 1941, pp. 59-61.

types de haplontes, et chacune de ces formes mycéliennes peut être affectée de l'un ou l'autre signe. Aucun type de mycélium nouveau n'a été fourni par ces rapprochements.

2. Les confrontations de mycéliums de deux races différentes permettent d'obtenir des souches monospores hétérocaryotiques à partir de la plupart des spores plurinucléées. Toutes ces souches présentent une vitalité qui les rapprochent singulièrement de la souche parentale la plus exubérante, mais leur mycélium se révèle toujours inapte à colorer le milieu de culture.

3. Nous avons pu apporter d'intéressantes précisions à la structure des asques nés d'hétérozygotes et que nous avions déjà rangés en deux groupes différents :

a. L'existence, dans les asques du premier type, de spores normales portant les caractères de l'un ou de l'autre parent, de spores simples uninucléées, conduisant à des haplontes semblables à l'un ou à l'autre parent, nous avait révélé l'existence d'une ségrégation des caractères mycéliens. L'obtention, dans nos confrontations nouvelles, d'asques du premier type contenant plus de deux spores simples et en particulier d'asques à six spores, de structure variable, nous a permis d'observer qu'à partir d'un même asque les haplontes présentant les mêmes caractères mycéliens sont porteurs d'un même signe. (Asques 1 à 4 du schéma.)



Représentation schématique de quelques asques observés pour chacun des types décrits:

b. Nous avons pu, à partir de confrontations variées, étudier d'assez nombreux asques du type 11 en notant avec précision la place de chacune

des spores; dans ce cas les souches nées des spores occupant la partie supérieure d'un asque sont semblables à l'un des parents alors que les autres souches, fournies par le même asque, ressemblent à l'autre parent, sans d'ailleurs qu'un caractère précis soit lié à une localisation déterminée. (Asques 5 à 8 du schéma.)

4. Nous avons reconnu de plus l'existence de deux types d'asques nouveaux :

a. Un troisième type, dont nous n'avons trouvé qu'un exemplaire (asque 9 du schéma); cet asque appartient au type 1 si l'on ne tient compte que des caractères mycéliens, mais si l'on envisage au contraire la répartition des signes, il présente, pour ce caractère, la répartition du type 11.

b. Un quatrième type, constitué par deux asques (asques 10 et 11 du schéma); tous deux présentent la structure du type 11 quant aux caractères mycéliens; cette particularité s'applique de plus à la répartition des signes.

5. Enfin, dans ces diverses confrontations, le rapport des fréquences des asques du premier et du deuxième type peut être considéré comme sensiblement constant et voisin de 12 %. Toutefois à l'intérieur de chaque type de croisement, il se montre nettement plus élevé dans certains périthèces et peut atteindre 40 %; il n'est pas inutile d'ajouter, peut-être, que ces périthèces singuliers offrent toujours de nombreux asques anormaux dans la répartition de leurs spores, et que nous avons toutes raisons de croire cette dernière anomalie sous la dépendance des conditions extérieures.

La forte prédominance des asques du type 1 nous paraît être l'indication du fait qu'ils traduisent le déroulement normal des phénomènes réductionnels de l'asque; une seule division réductrice, probablement la première du noyau de fusion, suffit à les expliquer.

La faible proportion des asques des 2[e], 3[e] et 4[e] types nous invite au contraire à les interpréter comme des anomalies résultant bien certainement de la ségrégation des caractères mycéliens (2[e] type), ou de signe (3[e] type), ou des deux réunis (4[e] type) à une autre division, probablement la seconde du noyau de fusion.

L'obtention, dans chacun de nos croisements, de haplontes présentant les mêmes caractères mycéliens et porteurs de signes quelconques, traduit l'indépendance de ces deux groupes de caractères; mais l'obtention, dans chaque confrontation, de deux uniques types de mycélium, les types parentaux, montre que tous ces caractères mycéliens appartiennent au même groupe. De plus, si l'on songe que ces caractères sont en somme

divers degrés d'une même fluctuation, que dans chaque type de rapprochement le rapport des fréquences des asques du premier et du deuxième type est constant, on est même amené à penser qu'ils traduisent divers états allélomorphes du même facteur.

Enfin l'existence de spores de taille normale unisexuées, self-stériles, dans certains asques, montre que l'attraction des noyaux de signes différents, si elle correspond à la réalité comme nous l'avions cru, n'explique certainement pas, à elle seule, la formation des spores banales binucléées et bisexuées.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Les rickettsies des fièvres exanthématiques et leurs formes d'évolution.* Note [1] de MM. **Paul Giroud** et **René Panthier**, présentée par M. Émile Roubaud.

Au cours de nos recherches sur les rickettsies du typhus historique et murin, de la fièvre boutonneuse et de la fièvre pourprée, nous avons constaté que le polymorphisme des rickettsies correspondait à des états particuliers de ces éléments. Systématiquement, au cours des passages, nous avons coloré les frottis avec la technique de Macchiavello, dont nous avons pu montrer l'intérêt pour la mise en évidence de l'état de condensation du protoplasme des divers germes, ce qui peut permettre, dans une certaine mesure, l'appréciation de leur vitalité [2].

L'élément spécifique de ces fièvres exanthématiques peut se présenter sous cinq formes : rickettsies bacilliformes, corps colorés en rouge rubis, soit homogènes, soit granuleux, enclaves colorées en rose et enfin corpuscules punctiformes. Ce que nous avons observé ne concorde pas avec l'opinion de certains auteurs qui voient dans ces différentes formes un véritable cycle évolutif au départ des *corps initiaux* [3]; d'autres chercheurs, par contre, décrivent des formes analogues [4] mais ne concluent pas [5].

---

[1] Séance du 30 juin 1941.

[2] Paul Giroud et René Panthier, *Comptes rendus*, 212, 1941, pp. 235-255.

[3] Donatien et Lestoquard, *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1930; Carpano, *Riv. di Parasitol.*, 3, 1939, p. 293.

[4] R. Wohlrab, *Zbl. Bakter.* I. *Orig.*, 140, 1937, p. 200.

[5] R. Otto et R. Wohlrab, *Handbuch der Viruskrankheiten*, 2, 1939, p. 548.

Les rickettsies bacilliformes, le plus souvent rectilignes, quelquefois vibrionniennes, de 1 à 2^{μ} de long, se rencontrent surtout pendant les premiers jours de l'infection fébrile des cobayes de passage, très fréquemment dans les virus orchitiques, plus rarement dans le typhus historique. Chez les souris inoculées par voie respiratoire, ces formes, avec un virus conservé toujours sur la même espèce, sont surtout abondantes vers le 2e jour et, chez le Lapin préparé et inoculé par la même voie, vers les 5e, 6e et 7e jours. Les rickettsies de forme bacillaire se reproduisent toujours très rapidement sous cette forme lorsque la cellule ne réagit pas ou ne réagit plus ([6]).

Les corps colorés en rouge rubis et d'aspect granuleux n'ont pas une morphologie bien définie; ils mesurent 3 à 6^{μ} et sont plus ou moins arrondis. Ils se rencontrent dans les cellules de tous les organes très infectés où il n'y a pas une culture intense d'éléments bacilliformes. Ils sont composés de rickettsies agglomérées, ce que nous avons pu démontrer par broyage cellulaire.

Les corps homogènes colorés en rouge rubis SONT DES ÉLÉMENTS DE 2 A 4^{μ}, véritables petites sphères, tranchant complètement sur le protoplasme cellulaire. Ils sont le plus souvent au nombre de 3 ou 4 par cellule. L'apparition de corps de même aspect, siégeant à l'intérieur des grandes cellules épithéliales, est provoquée par une bactérie comme le vibrion cholérique dans la phase terminale du phénomène de Pfeiffer. On rencontre ces corps homogènes chez le Lapin, animal peu sensible à l'inoculation, quand on ne constate pas de rickettsies bacilliformes. On les voit aussi dans différents virus en dehors de la période de pullulation intense. Ils représentent un stade très avancé de l'agglomération des rickettsies.

Les enclaves arrondies colorées en rose, au nombre de 3 à 6 par cellule, se trouvent très fréquemment dans le protoplasme des cellules épithéliales des vaginales de cobayes infectés de virus historique, murin et pourpré, ou au cours de l'adaptation d'une souche au poumon. Leur taille est de 2 à 3^{μ}. Elles sont dues, pour nous, à la réaction des cellules en face d'un virus relativement peu actif vis-à-vis de la cellule parasitée.

Les corpuscules punctiformes de $0^{\mu},1$ sont soit bleus, soit rubis. Ils sont constants dans les préparations de virus mal adaptés à l'organe qu'ils parasitent (réadaptation d'un virus sec, changement de race de l'animal de passage). Au cours des passages successifs faits dans ces conditions, on

---

([6]) PAUL GIROUD et RENÉ PANTHIER, *C. R. Soc. Biol.*, 135, 1941, p. 308.

peut alors voir réapparaître les rickettsies lorsque la résistance des cellules a diminué. Étudiant les formes de dégradation, on voit que les éléments bacilliformes régulièrement teintés en rouge gardent ensuite cette coloration seulement aux deux pôles, tandis que le centre devient bleuté. Dans un stade plus avancé, la partie médiane ne se colore plus et la rickettsie n'apparaît que sous forme de deux points, d'abord rubis, puis bleus. Nous avons aussi constaté le même phénomène *in vitro*, sous l'influence de sérum virulicide; c'est ce qui nous a permis du reste de comprendre cette phase de l'évolution.

Le pouvoir pathogène ou antigène de ces éléments est variable. Seules les rickettsies bacilliformes des quatre maladies envisagées, typhus historique, typhus murin, fièvre boutonneuse et fièvre pourprée, peuvent être dosées dans la peau suivant notre méthode (7) et sont hautement antigènes. Cette forme bacillaire, forme de multiplication rapide et peu résistante, serait comparable à la forme habituelle des bactéries se développant en milieu électif. Les corps punctiformes et les corps homogènes représentent une forme très dégradée. En effet, les poumons de Souris qui en contiennent de grandes quantités, se montrent très peu virulents pour le Cobaye inoculé par voie péritonéale et pour la Souris inoculée par voie nasale. La conservation des organes à basse température (8) démontre de plus que la forme de résistance n'est pas une forme bacillaire.

En concluant, toutes ces formes ne sont pour nous que la résultante de la lutte entre l'élément infectant, qui tend toujours à évoluer vers la rickettsie classique et à parasiter la cellule, et la cellule qui lutte contre cet élément.

Nous pensons qu'une démonstration équivalente peut être donnée pour les autres rickettsies et vraisemblablement pour divers éléments pathogènes.

La séance est levée à 15h20m.

A. Lx.

---

(7) PAUL GIROUD, *C. R. Soc. Biol.*, 127, 1938, p. 397; RENÉ PANTHIER, *Thèse de Médecine*, Paris, 1939, p. 26 et 43.

(8) PAUL GIROUD et RENÉ PANTHIER, *C. R. Soc. Biol.*, 135, 1941, p. 228.

ERRATA.

—

(Séance du 23 mars 1941.)

Note de Mme *Panca Eftimiu-Heim*, Sur la structure du noyau quiescent dans la famille des Orchidées :

Page 1097, ligne 1, ajouter une virgule après *Neottia;* ligne 29, au lieu de *Cephalenthera*, lire *Cephalanthera;* ligne 3 en remontant, *au lieu de* toutefois les Orchidées, *lire* toutefois les Ophrydées.

